

1

A社の製品が40個あり、このうち不良品は4個であることがわかっている。このA社の製品40個とB社の製品60個を1つの箱に入れてよく混ぜておく。次の問いに答えよ。

- (1) 箱から製品を1個取り出すとき、それがA社の不良品である確率を求めよ。
- (2) 箱から製品を2個取り出すとき、2個ともA社の良品である確率を求めよ。
- (3) 箱から製品を2個取り出すとき、その2個の中でB社の不良品が1個以下になっている確率は $\frac{9894}{9900}$ であるとする。B社の製品の不良品の個数を求めよ。
- (4) (3)の仮定の下で、箱から製品を2個取り出すとき、少なくとも1つが良品である確率を求めよ。

2

容器 A には濃度 6 % の食塩水が 100g, 容器 B には濃度 18 % の食塩水が 100g 入っている。容器 B から食塩水を 20g 取り出し容器 A に入れてよくかき混ぜ, 次に容器 A から食塩水 20g を取り出し容器 B に入れてよくかき混ぜる。この一連の操作を n 回行った後の, 容器 A と容器 B の食塩水の濃度をそれぞれ $a_n\%$ および $b_n\%$ とする。

(1) a_1 と b_1 を求めよ。

(2) a_n と b_n を求めよ。

(3) 2 つの容器の濃度差がはじめて 2 % 以下になるのは, この操作を何回行った後か。

3

曲線 $C: y = x^2 + 4$ 上の点 $A(2, 8)$ における C の接線を l_1 とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) P を A と異なる l_1 上の点とし、 P の x 座標を a とする。 P を通って曲線 C と接する l_1 以外の直線 l_2 の方程式を a を用いて表せ。
- (2) 2つの直線 l_1, l_2 および曲線 C で囲まれた図形の面積が $\frac{1}{12}$ となる点 P を求めよ。

4

曲線 $C : y = \sin^2 x$ ($0 \leq x \leq \pi$) 上の 2 点 A, B を結ぶ線分 AB の中点の座標が $\left(\frac{3}{8}\pi, \frac{3}{4}\right)$ であるとする。

- (1) 2 点 A, B の x 座標を求めよ。
- (2) 曲線 C と線分 AB で囲まれた図形の面積を求めよ。

5 a, b, c, d を実数とし, $b^2 + c^2 \neq 0$ とする。行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して,
次の問いに答えよ。

- (1) $A^2 = A$ であるとき, a, d を b, c を用いて表せ。また, b, c のとる値の範囲を求めよ。
- (2) $a = 6$ のとき, A の成分がすべて整数で, $A^2 = A$ を満たす行列 A の総数を求めよ。

6

関数 $f(x) = 2 \sin^3 x \cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) の最大値, 最小値を求めよ。

7

2次関数 $y = f(x)$ のグラフが2点 $(0, 1)$, $(1, 2)$ を通るとき, 以下のそれぞれの場合について $f(x)$ を求めよ。

(1) $y = f(x)$ のグラフが点 $(1, 2)$ で傾き 3 の接線を持つ。

(2) $x = 0$ から $x = 1$ までの $f(x)$ の定積分の値が 0 である。

(3) $0 \leq x \leq 1$ での $f(x)$ の最大値が 3 である。