

佐賀大学

前期日程

平成 30 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（医学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1

次の問に答えよ。

- (1) 1, 4, 9, 16 のように, 自然数の 2 乗で表せる数を平方数という。 n を平方数でない自然数とすると, $\sqrt{n}$ は無理数であることを示せ。
- (2) a, b を正の有理数, n を自然数とすると, $a\sqrt{n} + b\sqrt{n+1}$ は無理数であることを示せ。

2 関数 $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能であり, すべての実数 x, y について等式

$$f(x+y) = f(x) \cos y + f(y) \cos x$$

が成り立つとする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) $f(0)$ を求めよ。
- (2) a を実数とする。 $f(x)$ は $x = a$ で微分可能であることを示せ。
- (3) $f'(0) = 3$ であるとする。 $f'(x)$ および $f(x)$ を求めよ。

3 $f(x) = xe^{-x}$ とする。O(0, 0), P(t, 0), Q(t, f(t)), R(4, 0) とする。ただし, $0 < t < 4$ とする。 $\triangle PQR$ の面積を $S_1(t)$ とし, 線分 OQ と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を $S_2(t)$ とする。 $S(t) = S_1(t) + S_2(t)$ とおく。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ の概形をかけ。ただし, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ は用いてよい。
- (2) $S_1(t)$ を t を用いて表せ。
- (3) $S_2(t)$ を t を用いて表せ。
- (4) $S(t)$ の極値を求めよ。

4 曲線 $C: y = \log x$ 上の点 $P(t, \log t)$ をとる。ただし、点 P および原点を通る直線と点 P における曲線 C の接線が垂直に交わっているものとする。このとき、次の問に答えよ。

(1) $\log t$ を t についての整式で表せ。

(2) $0 < x < 1$ の範囲で不等式

$$2\log x < -x^2 + 4x - 3$$

が成立することを示せ。

(3) $S = \sum_{n=1}^{\infty} t^{2n-1}$ とおく。 $S = \frac{f(t)}{g(t)}$ となるような t についての整式 $f(t)$, $g(t)$ を一組求めよ。また、 $S > 1.1$ となることを示せ。