

前期日程試験

令和 7 年度医学科入学試験問題

物 理

〔注意事項〕

- 1 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。
- 3 この問題冊子の本文は、10 ページからなっている。落丁、乱丁及び印刷不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
- 4 この問題冊子の白紙と余白は、適宜下書きに使用してもよい。
- 5 解答は、すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
- 6 解答欄には解答のみを記すこと。
- 7 この問題冊子は持ち帰ること。

1 [1]～[3]の文中にある空欄 (1) ～ (11) に入る適切な数式を答えよ。

[1] 高い木の上方に大きさの無視できる小さな木の実があり、スリングショットを使って木の実に小球を当てる遊びを考える。図 1-1 のように水平右向きに x 軸、鉛直上向きに y 軸をとり、小球の運動は xy 平面内に限られるものとする。飛び出す小球の位置を原点 O 、木の実の位置を $(x, y) = (L, h)$ とする。スリングショットから飛び出す小球の初速度の水平成分、鉛直成分をそれぞれ v_x, v_y 、その大きさを v_0 、水平方向からの小球の射出の角度を $\theta (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ 、重力加速度の大きさを g とする。また小球の大きさは無視でき、空気抵抗や風の影響はないものとする。小球が射出されてから木に到達するまでの時間を T とすると $T =$ (1) となり、到達したときの小球の高さは g, L, v_x, v_y を用いて (2) と表せる。(2) が h に等しいとき木の実に小球を当てることができる。このときの角度 θ を θ_1 とすると、 $\tan \theta_1$ は g, h, L, v_0 を用いて $\tan \theta_1 =$ (3) と表せる。このとき、 v_0 は g, h, L を用いて $v_0^2 \geq$ (4) を満たす必要がある。

[2] 木の実が鉛直下向きに落下を始めたと同時に小球を射出した。その時刻を $t = 0$ とする。小球と木の実の大きさは無視でき、空気抵抗や風の影響はないものとし、小球が木に到達する時刻 $t = T$ における木の実の位置を $(x, y) = (L, H)$ とすると、 H は g, h, L, v_x を用いて $H =$ (5) と表せ、小球が木の実に命中する角度 θ を θ_2 とすると、 $\tan \theta_2$ は g, h, L, v_x の中から必要なものを用いて $\tan \theta_2 =$ (6) と表せる。また小球を木の実に命中させるためには、小球の初速度の大きさ v_0 は、 g, h, L を用いて $v_0 \geq$ (7) を満たす必要がある。

[3] 空気抵抗を受けて鉛直下向きに落下する木の実の運動を考える。木の実にはたらく空気抵抗は、木の実の落下速度 V と逆向きにはたらく、その大きさは落下の速さ $|V|$ に比例するものとする。その比例係数を k とする。

いま、時刻 $t = 0$ における速度を $V_0 (= 0)$ 、時刻 $t = \Delta t$ における速度を V_1 とすると、その間の平均の加速度 a_0 は $a_0 = \frac{V_1 - V_0}{\Delta t}$ と表せる。同様に n を自然数として、時刻 $t = n\Delta t$ における速度を V_n 、時刻 $t = (n+1)\Delta t$ における速度を V_{n+1} とすると、その間の平均の加速度 a_n は $a_n = \frac{V_{n+1} - V_n}{\Delta t}$ と表せる。

時刻 $t = n\Delta t$ における質量 m の木の実の落下の運動方程式は $ma_n = mg - kV_n$ と近似できる。この近似のもとで $V'_n = V_n - \frac{mg}{k}$ とおくと、 $m \frac{V'_n - V'_{n-1}}{\Delta t}$ は g, k, m, V'_{n-1} の中から必要なものを用いて (8) と表せ、 V'_n は $g, k, m, n, \Delta t$ を用いて (9) となる。したがって時刻 $t = n\Delta t$ での速度 $V(t) (= V_n)$ は g, k, m, n, t を用いて (10) と近似できる。

Δt を限りなく短くし ($\Delta t \rightarrow 0$)、 n を限りなく大きくする ($n \rightarrow \infty$) と (10) は時刻 $t = n\Delta t$ での速度 $V(t)$ に限りなく近づく。ここで $\lim_{N \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{N})^N$ が自然対数の底 e であることを用いると、 $V(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \text{(10)} = \text{(11)}$ となる。

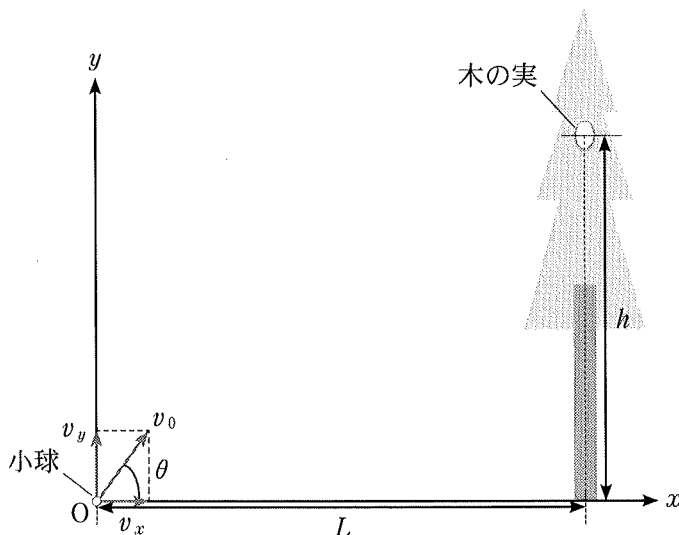


図 1-1

- 2 以下の[1]～[3]の文中にある空欄 (1) ～ (18) に入る適切な数式を答えよ。また空欄 (19) は選択肢からもっとも適切なものを選びその記号を答えよ。真空の誘電率を ϵ_0 、空気の誘電率を ϵ とする。真空の透磁率を μ_0 、空気の透磁率を μ とする。コイルの内部抵抗および相互インダクタンスは無視するものとする。

- [1] 空気中に導線を密に N 回巻いた長さ ℓ 、断面積 S の十分に長いソレノイド(空芯ソレノイド)に電流を流すと内部には一様な磁場が生じる。この空芯ソレノイドの自己インダクタンス L_0 は $L_0 =$ (1) となる。また、このソレノイドに長さ ℓ 、断面積 S 、透磁率 μ_1 の物体の芯を入れたソレノイド(有芯ソレノイド)も電流を流すと内部に一様な磁場が生じるものとする。有芯ソレノイドの自己インダクタンスは L_0 の (2) 倍である。これら空芯と有芯2つのソレノイドを直列に接続した合成コイルの自己インダクタンスは L_0 の (3) 倍であり、並列に接続した合成コイルの自己インダクタンスは L_0 の (4) 倍である。

[2] 図2-1(a)のような平行板コンデンサー C_0 がある。極板間は真空中で極板の面積 S は十分に広く極板間隔 d は十分に小さいものとする、電気容量 C_0 は $C_0 =$ (5) となる。

平行板コンデンサー C_0 の極板間に誘電率 ϵ_1 の誘電体を満たした平行板コンデンサーの電気容量は C_0 の (6) 倍である。

図2-1(b)のように、平行板コンデンサー C_0 の極板間に極板面積を垂直に2等分するように誘電率 ϵ_1 の誘電体を入れた平行板コンデンサーの電気容量は C_0 の (7) 倍である。

図2-1(c)のように、平行板コンデンサー C_0 の極板間に極板と平行に極板からはみ出すことなく面積 S 、厚み $\frac{d}{2}$ の誘電率 ϵ_1 の誘電体を一方の極板から $\frac{d}{6}$ もう一方の極板から $\frac{d}{3}$ の距離の位置に入れた平行板コンデンサーの電気容量は C_0 の (8) 倍である。

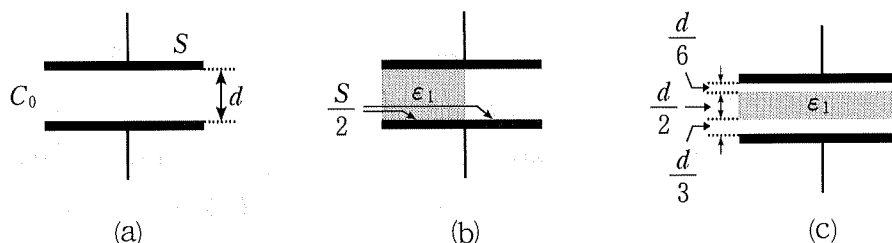


図2-1

[3] 図2-2のように、電気容量 C のコンデンサー、自己インダクタンス L のコイル、抵抗値がそれぞれ R, R_1, R_2, R_3 の4つの抵抗、角周波数 ω で点 b に対する点 a の電位 $V = V_0 \sin \omega t$ の交流電源を接続した回路がある。回路を流れる各部分の電流の向きは図2-2のようにとるものとする。

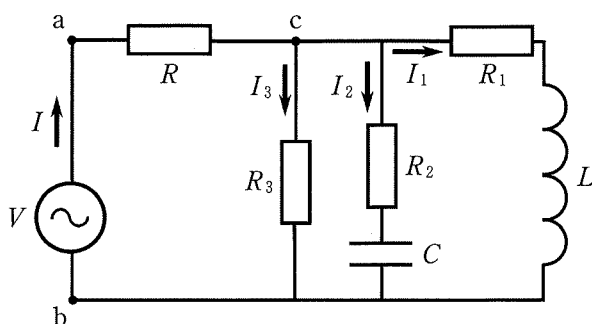


図 2-2

それぞれの電流を $I = I_s \sin \omega t + I_c \cos \omega t$, $I_1 = I_{1s} \sin \omega t + I_{1c} \cos \omega t$, $I_2 = I_{2s} \sin \omega t + I_{2c} \cos \omega t$, $I_3 = I_{3s} \sin \omega t + I_{3c} \cos \omega t$ とする。

点 b に対する点 c の電位 $V_{cb} = V + \boxed{(9)}$ を、電流 I_1 に対応して I_{1s} , I_{1c} , $R, R_1, R_2, R_3, L, C, \omega$ の中から必要なものを用いて表すと $\boxed{(10)} \sin \omega t + \boxed{(11)} \cos \omega t$ となる。

同様に電位 V_{cb} を、電流 I_2 に対応して $I_{2s}, I_{2c}, R, R_1, R_2, R_3, L, C, \omega$ の中から必要なものを用いて表すと $\boxed{(12)} \sin \omega t + \boxed{(13)} \cos \omega t$, 電流 I_3 に対応して $I_{3s}, I_{3c}, R, R_1, R_2, R_3, L, C, \omega$ の中から必要なものを用いて表すと $\boxed{(14)} \sin \omega t + \boxed{(15)} \cos \omega t$ となる。これらより、電流 I の実効値は角周波数 ω の値によって変わることがわかる。特に抵抗値 $R_1 = R_2 = 0$ のとき、 $A = 1 + \frac{R}{R_3}$, $B = R(C\omega - \frac{1}{L\omega})$ とおくと、 A, B を用いて $I_s = \frac{\boxed{(16)}}{A^2 + B^2} \frac{V_0}{R}$, $I_c = \frac{\boxed{(17)}}{A^2 + B^2} \frac{V_0}{R}$ と表せ、電流 I の実効値は角周波数 $\omega = \boxed{(18)}$ のとき $\boxed{(19)}$ となることがわかる。

$\boxed{(19)}$ の選択肢：(a) 最大 (b) 最小 (c) 0

- 3 重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。ただし、以下の問いにおいて、ピストンは断熱材で作られており、ピストンと断熱容器の厚みは無視できるものとする。また、ピストンは常に水平を保ちながらめらかに動くものとする。

[1] 図 3-1 のように大気中で鉛直に置かれた断面積 S の円筒型の断熱容器に、圧力 p 、温度 T の単原子分子理想気体と質量 m 、温度 T_x の物体 X をピストンで封入した。ピストンの断面積を S 、質量を M とし、物体 X の大きさは無視できるものとする。

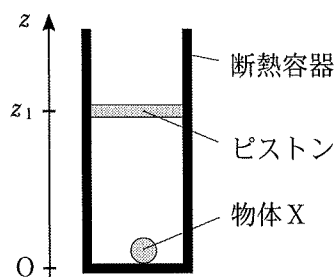


図 3-1

鉛直上向きに z 軸をとり、原点を断熱容器の底面と同じ高さにとる。初めの状態におけるピストンの位置の z 座標の値を z_1 、封入された気体の圧力を p とする。封入された気体と物体 X が熱平衡になったときの気体の温度を T_e 、ピストンの位置の z 座標の値を z_e とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 大気圧を答えよ。
- (2) 初めの状態における気体の内部エネルギーを答えよ。
- (3) 物体 X の熱容量および比熱を答えよ。

- [2] 図3-2のように大気中で鉛直に置かれた断面積 S の円筒型の断熱容器 A に圧力 p 、温度 T の単原子分子理想気体をピストンで封入した。断熱容器 A は体積 V_B の断熱容器 B とコックのついた細管でつながれており、初めコックは閉じられている。ピストンの断面積を S とし、断熱容器 B の内部は真空とする。細管は断熱材で作られており、その体積は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。

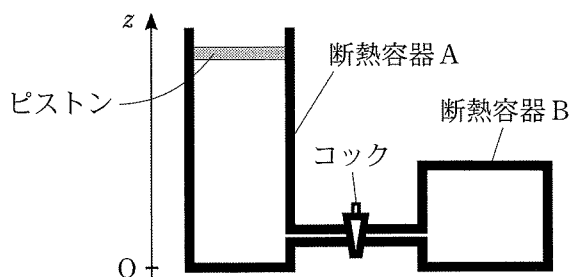


図3-2

- (4) 鉛直上向きに z 軸をとり、原点を断熱容器 A の底面と同じ高さにとる。コックを開く前のピストンの位置の z 座標の値を z_1 とする。断熱容器 A に封入された気体の圧力の値が一定になるようにコックをゆっくり開くと、ピストンは静かに動きはじめ十分な時間が経過すると静止した。このときのピストンの位置の z 座標の値を z_2 とする。コックを開いてからピストンが静止するまでの間に気体がされた仕事を p, z_1, z_2, S を用いて答えよ。ただし、 z_2 はコックのついた細管の位置の z 座標の値より十分に大きいものとする。
- (5) (4)における z_2 を p, z_1, S, T, V_B の中から必要なものを用いて答えよ。
- (6) (4)において、ピストンが静止した後での気体の温度を p, z_1, S, T, V_B の中から必要なものを用いて答えよ。

- [3] 図3-3のように大気中で鉛直に置かれた断面積 S の円筒型の断熱容器 A, B に, それぞれ温度 T_A , T_B の単原子分子理想気体をピストンで封入した。それぞれのピストンの断面積はともに S で, 質量は異なり, 断熱容器 A, B に封入された気体の圧力の値をそれぞれ p_A , p_B ($p_A > p_B$) とする。鉛直上向きに z 軸をとり, その原点を断熱容器 A, B の底面と同じ高さにとる。断熱容器 A, B はコックのついた体積の無視できる細管でつながれている。細管およびコックは断熱材で作られているものとし, 初めコックは閉じられている。このときの断熱容器 A, B におけるピストンの位置の z 座標の値をそれぞれ z_A , z_B とする。以下の文中にある空欄 (7) ~ (15) に入る適切な数式を答えよ。

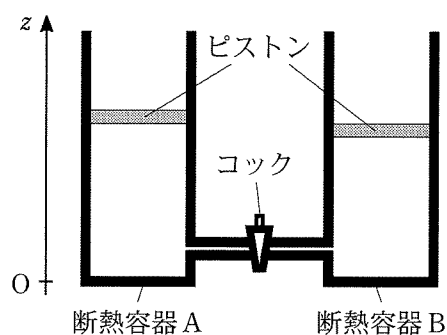


図3-3

断熱容器 A, B に封入された気体の圧力の値が変化しないようにコックをゆっくりと開き、断熱容器 A におけるピストンの位置の z 座標の値が $z_A - \Delta h (\Delta h > 0)$ となった瞬間にコックを閉じた。このときの断熱容器 B のピストンの位置の z 座標の値を $z_B + \Delta z_B$ とする。コックを開く前の状態での断熱容器 A, B に封入された気体の内部エネルギーの和は p_A, p_B, z_A, z_B, S を用いて (7) と表せ、コックを開いてからコックを閉じるまでに断熱容器 A, B に封入された気体がされた仕事の和は $p_A, p_B, \Delta h, \Delta z_B, S$ を用いて (8) と表せる。また、コックを閉じた後の状態での断熱容器 A, B に封入された気体の内部エネルギーの和は $p_A, p_B, z_A, z_B, S, \Delta h, \Delta z_B$ を用いて (9) と表せる。したがって、熱力学第一法則から、 Δz_B は $p_A, p_B, z_A, z_B, S, \Delta h$ の中から必要なものを用いて (10) と表せる。

コックを開いてから閉じるまでの間に、断熱容器 A に封入されていた気体の一部が断熱容器 B に移動した。このとき移動した気体を気体 G とよび、その状態変化を考える。移動前の気体 G の圧力は p_A 、体積は $S\Delta h$ であり、その内部エネルギーは $p_A, S, \Delta h$ を用いて (11) と表せる。移動直後の気体 G の圧力を p_B 、体積を ΔV とすると、その内部エネルギーは $p_B, \Delta V$ を用いて (12) と表せる。移動の前後での気体 G の内部エネルギーの変化量 (12) - (11) は、この間に気体 G がされた仕事 $p_A S\Delta h - p_B \Delta V$ に等しく、移動中に気体 G と外部との熱のやりとりがないものとする、 ΔV は $p_A, p_B, S, \Delta h$ を用いて (13) と表せる。これらから、移動直後の気体 G の温度は $p_A, p_B, z_A, z_B, S, T_A, T_B, \Delta h$ の中から必要なものを用いて (14) と表せる。コックを閉じてから十分な時間が経過すると、気体 G と初めから断熱容器 B に封入されていた気体が熱平衡になる。熱平衡になったときの断熱容器 B 内部の気体の温度は $p_A, p_B, z_A, z_B, S, T_A, T_B, \Delta h$ の中から必要なものを用いて (15) と表せる。

