

京都大学

平成 25 年度 入 学 試 験 問 題

理 科

各科目 100 点満点

《配点は、学生募集要項に記載のとおり。》

物 理	(1～12 ページ)	化 学	(13～26 ページ)
生 物	(27～44 ページ)	地 学	(45～59 ページ)

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほかに 59 ページ、解答冊子は表紙のほかに、物理：16 ページ、化学：12 ページ、生物：16 ページ、地学：20 ページ、である。
3. 問題は物理 3 題、化学 4 題、生物 4 題、地学 4 題である。
4. 試験開始後、選択した科目の解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. ◇総合人間学部(理系)・理学部・農学部受験者は、物理・化学・生物・地学のうちから 2 科目を選択すること。
◇教育学部(理系)受験者は、物理・化学・生物・地学のうちから 1 科目を選択すること。
◇医学部(医学科)受験者は、物理・化学・生物のうちから大学入試センター試験で受験しなかった科目を含めて 2 科目を選択すること。
◇医学部(人間健康科学科「検査技術科学専攻」・「理学療法学専攻」・「作業療法学専攻」)・薬学部受験者は、物理・化学・生物のうちから 2 科目を選択すること。
◇医学部(人間健康科学科「看護学専攻」)受験者は、生物 1 科目と物理・化学のうちから 1 科目の計 2 科目を解答すること。
◇工学部受験者は、物理・化学の 2 科目を解答すること。
6. 解答は、すべて解答冊子の指定された箇所に記入すること。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、選択した科目の解答冊子は持ち帰ってはならない。

物理問題 I

次の文章を読んで、 に適した式を、それぞれの解答欄に記入せよ。なお、 は、すでに で与えられたものと同じ式を表す。また、問 1、問 2 では、指示にしたがって、解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

以下の設問では、地球は半径 R の球であり、密度は一様に分布していると考えてよい。また、地球の質量を M 、万有引力定数を G とし、地球の自転の影響、摩擦、および空気の抵抗は無いものとする。

(1) 図 1 のように、地球の中心 O を通って直線状に掘られたトンネルを考える。

トンネルは十分に細く、トンネルを掘ったことによる質量の変化は無視できるものとする。トンネル内の任意の 1 点 P ($OP = r$) で質量 m の質点に働く重力は、 O を中心とした半径 r の球の質量が中心 O に集まったとして、それと質点との間の万有引力に等しく、半径 r の球の外側の部分は、この点での重力には無関係であることが知られている。したがって、トンネル内の 1 点 P において質点に働く重力の大きさは、 m 、 M 、 R 、 r 、 G を使って ア と表すことができる。この力による質点の運動は単振動であり、その周期は イ で与えられる。

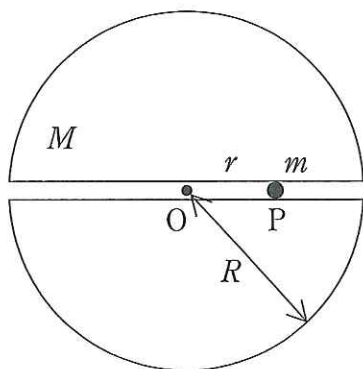


図 1

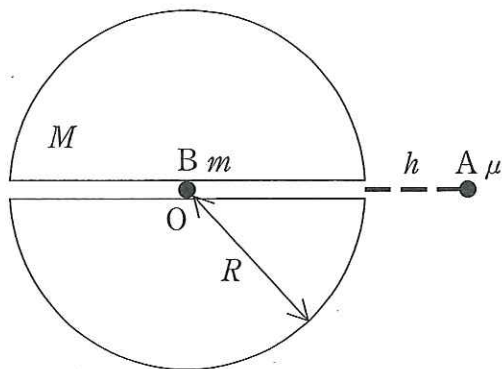


図 2

- (2) 次に、図2のように、トンネルを通る直線にそって、地表からの高さが h の点に質量 μ の質点 A を静かに置き、静止した状態からトンネルに落下させ、中心 O に静止している質量 m の質点 B に衝突させる。質点 A がトンネルに入る瞬間の速さは ウ で、中心 O に到達する直前の速さは エ である。衝突は弾性衝突であるとする、衝突直後の質点 A の速さは オ、質点 B の速さは カ となる。衝突後、質点 B は反対側の地表に達した。

問 1 $h = 0$ とした場合に、この後質点 B が無限の遠方に飛び去るために必要な $\frac{\mu}{m}$ の値の範囲を求めよ。導出の過程もあわせて示せ。

- (3) 今度は、図3のように、地球の中心 O から $\frac{R}{2}$ だけ離れたところを通る直線状の細いトンネルを掘った。中心 O からの距離が r で、トンネルの中心 O' から x だけ離れたトンネル内の P 点にある質量 m の質点に働く重力の大きさは ア なので、その質点に働くトンネルにそった方向の力の大きさは、 m , M , R , x , G を使って キ で与えられる。したがって、地表で静止した状態からトンネルを通して反対側の地表に出るまでにかかる時間は ク である。

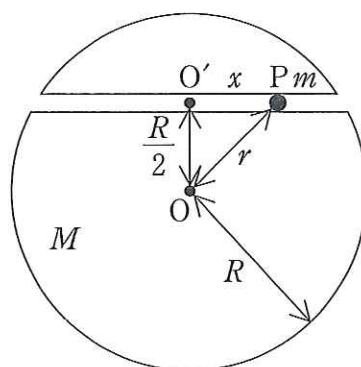


図 3

- (4) 次に、図4のように、質量 μ の質点Aをトンネルの端点に静かに置き、静止した状態からトンネルに落とし、トンネルの中心 O' に静止している質量 m の質点Bに衝突させた。衝突は弾性衝突であるとする、質点Bが反対側の地表に達するための条件は $\mu \geq$ ケ で与えられる。また、質点Bが地表から飛び出した後、再び地表にもどってくるための条件は $\mu <$ コ となる。

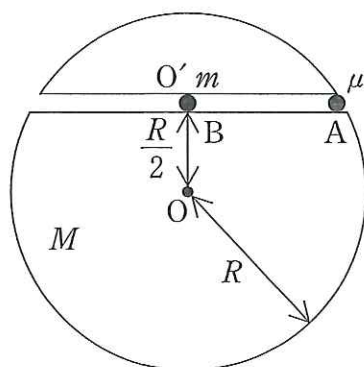


図4

- 問2 地表から飛び出した瞬間の質点Bの運動エネルギーが、そのときの位置エネルギーの大きさ $\frac{GMm}{R}$ の半分である場合を考える。地表を飛び出した後の質点Bの運動では、面積速度が一定となる。質点Bが地球から最も離れた地点に達したときの中心Oからの距離を求めよ。導出の過程もあわせて示せ。

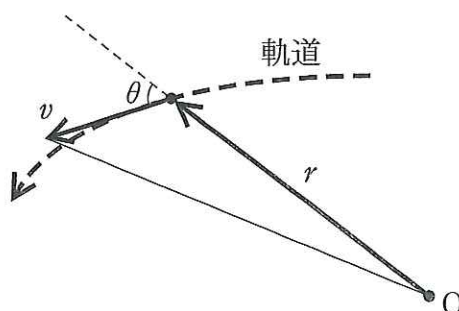


図5

なお、図5のように質点が地球の中心Oから距離 r の位置を速さ v で運動している場合、その面積速度は $\frac{1}{2}rv\sin\theta$ で与えられる。ただし、 θ は地球の中心Oから軌道上の質点に向かう方向と速度のなす角度である。

白 紙

物理問題 II

次の文章を読んで、 に適した式か値を、それぞれの解答欄に記入せよ。

問1，問2については，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

なお，以下の設問では極板等はすべて真空中にあり，真空の誘電率を ϵ_0 とする。コンデンサーの極板は極板間距離に比べて十分大きく，極板端での電場の乱れは無視できる。導線や導体の抵抗は無視できるものとし，導線はしなやかで軽く，質量が無視できるとともに，極板の動きに影響を与えないものとする。また，重力加速度を g とする。

- (1) 図1のように，極板①と極板②からなる平行板コンデンサーがある。極板①は固定されており，極板②は左右に滑らかに動かすことができる。コンデンサーの極板の面積を S とし，極板①には電荷 $-q$ が，極板②には電荷 $+q$ が蓄えられているものとする ($q > 0$)。

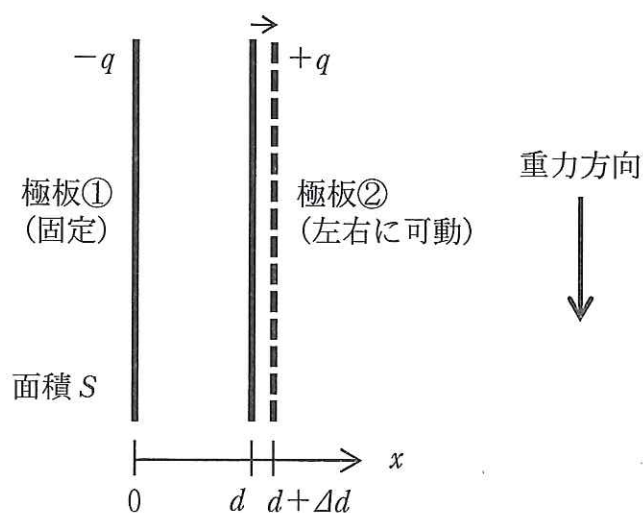


図1

極板①に垂直で極板②に向かう方向を x 軸とし，極板①の位置を $x = 0$ ，極板②の位置を $x = d$ とする ($d > 0$)。このとき，コンデンサーに蓄えられているエネルギー W は イ である。ここで，極板②を平行に保ったまま微小距離 Δd だけ極板①と反対方向に動かしたあとにコンデンサーに蓄えられているエネ

ルギー W' は □ である。このエネルギーの変化 $\Delta W = W' - W$ は、極板①と極板②が引き合う力に逆らって動かしたために生じたものである。そこで、このエネルギーの変化から極板②に働く力 $F = \frac{\Delta W}{\Delta d}$ の大きさを求めると、ハ となる。

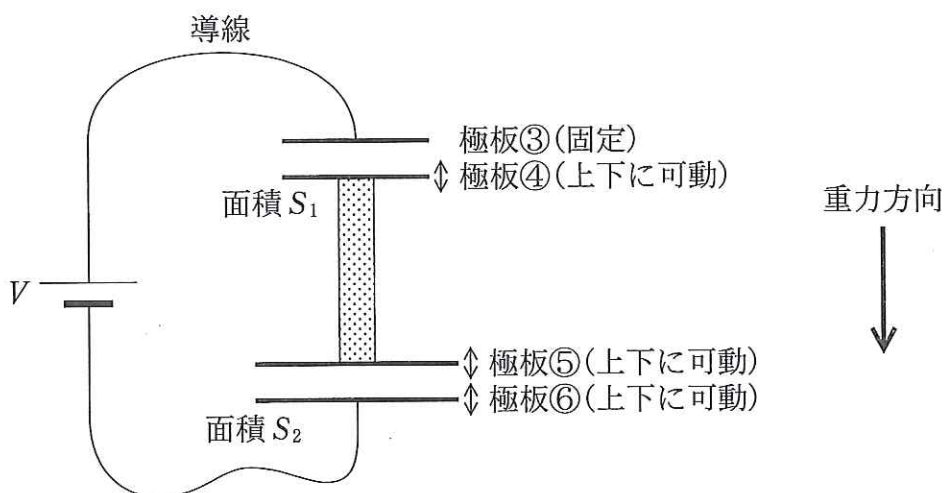


図 2

- (2) 図 2 のように、極板③と極板④、および極板⑤と極板⑥からなる 2 つの平行板コンデンサーがある。極板③は固定されている。極板④と極板⑤は質量が無視できる導体の棒で接続されて一体化しており、極板を平行に保ったまま上下に滑らかに動かすことができるものとする。また、極板⑥も極板を平行に保ったまま他の極板と独立に上下に滑らかに動かすことができるものとする。図 2 のように 2 つのコンデンサーは直列に接続されており、電圧 V がかかっている。これら 2 つのコンデンサーは十分離れており、互いにクーロン力を及ぼさない。極板③と極板④の面積はともに S_1 、極板⑤と極板⑥の面積はともに S_2 、それぞれの極板の質量は面積に比例し、その比例定数を p とする ($p > 0$)。2 つのコンデンサーの極板間距離をともに d とする。このとき、極板③と極板④が引き合う力の大きさは ニ である。

いま、極板が引き合う力と重力が釣り合うように電圧 V を調整すると、2 つのコンデンサーの極板間距離がともに d となった状態で静止した。このとき、極板の面積 S_1 は S_2 の ホ 倍であり、電圧 V は、極板の面積 S_1 、 S_2 を用いることなく ヘ と表すことができる。

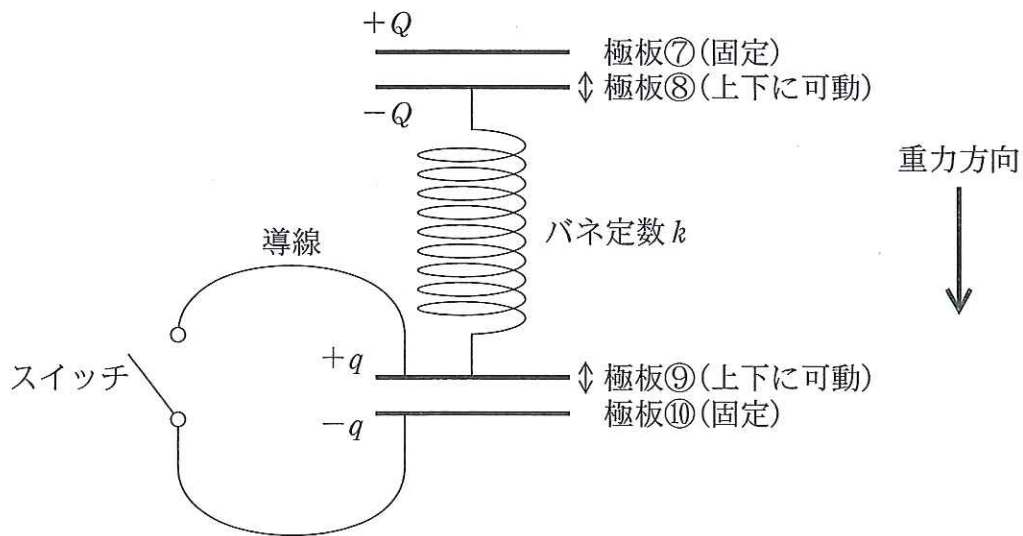


図 3

- (3) 図 3 のように、極板⑦と極板⑧、および極板⑨と極板⑩からなる 2 つの平行板コンデンサーがある。極板⑦と極板⑩は固定されている。極板⑧と極板⑨は質量が無視できる絶縁体のバネで接続されており、極板を平行に保ったまま上下に滑らかに動かすことができるものとする。このバネのバネ定数は k である。2 つのコンデンサーは十分離れており、互いにクーロン力を及ぼさない。すべての極板の面積は S であり、質量を pS とする ($p > 0$)。

いま、極板⑦、極板⑧にはそれぞれ $+Q$ 、 $-Q$ の電荷が帯電しており、極板⑨、極板⑩にはそれぞれ $+q$ 、 $-q$ の電荷が帯電しているものとする ($Q > 0$ 、 $q > 0$)。図中のスイッチは開いており、極板が引き合う力、重力、バネの力が釣り合ってすべての極板は静止している。また、2 つのコンデンサーの極板間距離をともに d とする。このときのバネの自然長からの伸びは、 Q を使わずに表すと ト である。

次に、時刻 $t = 0$ でスイッチを閉じると同時に、極板⑧が静止したまま極板⑨が単振動を始めるように q の値を選ぶとともに Q を時刻 t に応じて適切に制御した。この単振動の中心は極板⑨の最初の位置から チ だけ上方にあり、その振幅は リ である。また、振動の周期 T は ヌ である。

問 1 極板⑦と極板⑧の間には引力しか働かないため、極板⑨の振幅が大きい場合は極板⑧を静止させておくことができなくなる。極板⑨が単振動している間、 Q を制御することで極板⑧を静止させておくことができる q の範囲を求めよ。導出の過程もあわせて示せ。

問 2 極板⑨が単振動している間、極板⑧を静止させておくための Q を時刻 t の関数 $Q(t)$ として求めよ。導出の過程もあわせて示せ。

物理問題 III

次の文章を読んで、 に適した式か値を、{ }からは適切なものを選びその番号を、それぞれの解答欄に記入せよ。なお、 はすでに で与えられたものと同じものを表す。また、問1、問2については、指示にしたがって、解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図1に示すように、ピストンWと仕切板Dによって内部の領域を分けられたシリンダーがある。シリンダーは固定されており、ピストンWと仕切板Dは摩擦なしに動くことができる。ピストンWと仕切板Dの間を領域Aとし、仕切板Dとシリンダー右端の間を領域Bとする。領域Aと領域Bには、異なる理想気体がそれぞれ密閉されている。定積モル比熱を C_v 、気体定数を R とすると、領域Aと領域Bに密閉されている気体の $\frac{C_v}{R}$ の値は、それぞれ $\frac{3}{2}$ と $\frac{5}{2}$ である。シリンダーの外壁とピストン、仕切板は、すべて断熱材でできている。領域Bの気体は、シリンダーの右端に取り付けられた温度調整器Cによって加熱または冷却される。領域Bの気体全体の温度は、すみやかに温度調整器の設定温度になるものとする。なお、温度調整器の電源を切ると、領域Bは断熱環境となる。さらに、シリンダー内部にはストッパーSが設けられており、仕切板がストッパーより右側に動くことはない。仕切板がストッパーの位置にあるときの領域Bの体積は V_0 である。ピストン、仕切板、ストッパー、温度調整器の体積は無視できるものとする。また、ピストンの左側は常に大気圧となっており、その値は P_0 である。

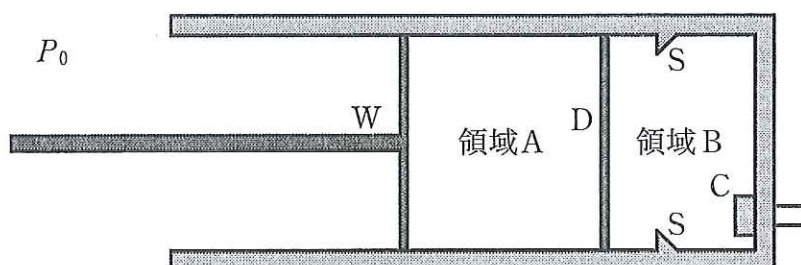


図1

最初、領域 A の気体の圧力、体積、温度は、それぞれ P_0 , $2V_0$, T_0 であり、領域 B の気体の圧力、体積、温度は、それぞれ P_0 , $\frac{3}{2}V_0$, $\frac{3}{2}T_0$ であった。この状態を初期状態とする。このとき領域 A の気体と、領域 B の気体のモル数はそれぞれ、あ と い である。初期状態から以下の(1)～(4)に示す操作を行った。

- (1) 温度調整器で領域 B の気体を加熱し、温度を $\frac{3}{2}T_0$ から $2T_0$ までゆっくりと上昇させた。このとき、領域 B の気体の内部エネルギーの変化は う であり、領域 B の気体がした仕事は え であるから、領域 B の気体が温度調整器から吸収した熱量は お である。

理想気体の断熱変化では、(圧力)×(体積) $^\gamma$ は一定である。ここで γ は比熱比と呼ばれ、定圧モル比熱を C_P とすると、 $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ で定義される。理想気体では、 C_P と C_V の差 ($C_P - C_V$) が か に等しいことを考慮すれば、領域 A の気体の比熱比は き であり、領域 B の気体の比熱比は く である。

なお、以下の解答では、領域 A の気体の比熱比 き を α 、領域 B の気体の比熱比 く を β と表記せよ。

- (2) (1)で行った操作に引き続き、温度調整器で領域 B の気体の温度を $2T_0$ に保ちながら、ピストン W に外力を加え、ゆっくりと右方へ押し込んでいった。仕切板 D がストッパー S に接触したとき、ピストン W を押し込む操作を中断し、そのままの状態を保持した。このとき領域 A の気体の体積は け である。

問 1 (2)で行った操作で、外力が気体にした仕事を求めよ。ただし、領域 B の気体が温度調整器を通じて外部に放出した熱量を Q とする。導出の過程もあわせて示せ。

- (3) (2)で行った操作に引き続き、さらにピストン W を押し込んでいくと、領域 A の気体の体積が V_0 となった。この時点でピストン W を押し込む操作を中断し、そのままの状態を保持した。このとき、領域 A の気体の圧力は こ である。

問 2 (2)で行った操作の開始から(3)で行った操作の終了までの間において、領域 A の気体と領域 B の気体の状態変化を、横軸を体積、縦軸を圧力として図示せよ。また、領域 B の気体がされた仕事に相当する領域を図中に斜線で示せ。ただし、各操作の過程で状態の変化があるときは、変化の進む方向に矢印を付し、その変化の始状態と終状態における体積と圧力を図中に記入せよ。

- (4) (3)の操作に引き続き、温度調整器で領域 B の気体を加熱した。仕切板 D がストッパーから離れかけた瞬間に温度調整器の電源を切り、領域 B を断熱環境とした。その後、領域 A の気体の圧力が大気圧 P_0 に等しくなるまで、ゆっくりとピストン W を左方に移動させた。このとき、領域 B の気体の体積は さ であり、そのときの領域 A の気体の体積{し：①より大きい ②より小さい ③と等しい}。また、この過程で領域 A の気体のした仕事は、領域 B の気体がした仕事{す：①より大きい ②より小さい ③と等しい}。気体の仕事に関するこのような性質は、熱機関における効率を考える上で重要である。

物理問題は、このページで終わりである。

白 紙