順天堂大学

31 M

理　　　科

理科は 物　理 化　学 生　物 のうち２科目を選択受験のこと。

物　理 ……１頁　化　学 ……16頁　生　物 ……28頁

問題 Ⅰ はマークシート方式，Ⅱ は記述式である。

Ⅰ の解答はマークシートに，Ⅱ の解答は解答用紙に記入すること。

〔注　意　事　項〕

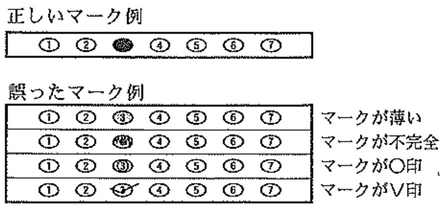
1. 監督者の指示があるまでは，この問題冊子を開かないこと。
2. マークシートは，コンピュータで処理するので，折り曲げたり汚したりしないこと。
3. マークシートに，**氏名・受験番号を記入し，科目選択・受験番号をマークする。**マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。

受験番号のマーク例（13015の場合）

受	験	番	号	
1	3	0	1	5
万位	千位	百位	十位	一位
	⓪	●	⓪	⓪
●	①	①	●	①
②	②	②	②	②
③	●	③	③	③
④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

4. マークシートにマークするときは，HBまたはBの黒鉛筆を用いること。**誤ってマークした場合には，消しゴムで丁寧（ていねい）に消し，消しくずを完全に取り除いたうえで，新たにマークし直すこと。**
5. 下記の例に従い，正しくマークすること。

（例えば３と答えたいとき）



6. 各科目とも基本的に正解は一つであるが，科目によっては二つ以上解答を求めている場合があるので設問をよく読み解答すること。
7. 解答は所定の位置に記入すること。

物　理

I　以下の問題(第1問〜第3問)の答えをマークシートに記せ。

第1問　次の問い(問1〜問4)に答えよ。〔解答番号 $\boxed{1}$ 〜 $\boxed{7}$ 〕

問1　図1のように，長さ ℓ，質量 M の一様な棒の端が水平なあらい床の上にのり，鉛直でなめらかな壁に対して30°の角度で立てかけてある。この棒の上を，質量 $\dfrac{M}{2}$ のクワガタムシがゆっくりと登っている。棒の下の端からクワガタムシの位置までの長さを x とする。棒が床の上をすべることなく，クワガタムシが登ることができる x の最大値は，棒の長さ ℓ の何倍になるか。正しいものを，下の①〜⑥のうちから一つ選べ。ただし，棒と床の間の静止摩擦係数 μ の値を $\mu=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$ とする。また，クワガタムシの大きさは無視できるとする。

$\boxed{1}$ 倍

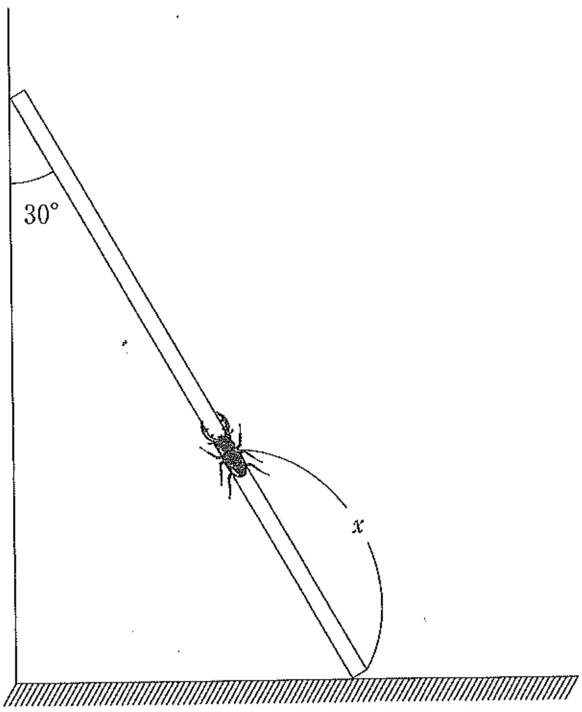


図1

① $\dfrac{1}{3}$　② $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　③ $\dfrac{2}{3}$　④ $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$　⑤ $\dfrac{3}{5}$　⑥ $\dfrac{4}{5}$

問 2　図 2 のように，平行に並ぶ 3 本の導線 A，B，C を流れる直線電流を考える。B は原点 O を通り z 軸に沿っていて，A，C の導線はそれぞれ，x 軸上の $x = -a$ と $x = +a$ の点を通る（$a > 0$）。これらの導線は真空中にあり，じゅうぶん長いとする。導線 A と B には，下から上へ向かって強さ I の電流が流れており，導線 C には上から下に向かって強さ $2I$ の電流が流れている。真空の透磁率を μ_0 として，下の問い（(a)，(b)）に答えよ。ただし，導線の太さは無視できるものとする。

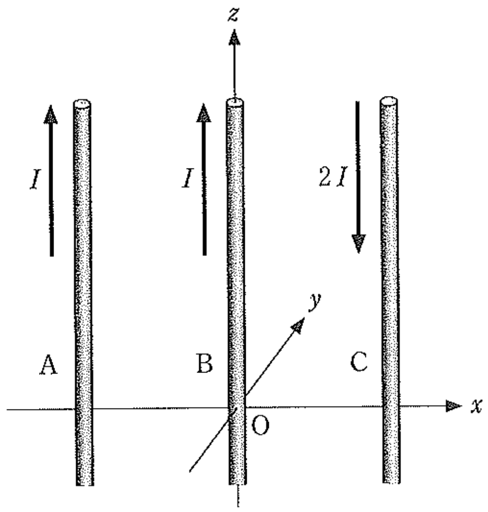


図 2

(a)　導線 A，C の電流がつくる磁場によって，導線 B は力を受ける。導線 B の長さ ℓ の部分が受ける合力の大きさはいくらか。正しいものを，次の①〜⑥のうちから一つ選べ。 $\boxed{2}$

①　$\dfrac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi a}$　　②　$\dfrac{3\mu_0 I^2 \ell}{2\pi a}$　　③　$\dfrac{5\mu_0 I^2 \ell}{2\pi a}$

④　$\dfrac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi a^2}$　　⑤　$\dfrac{3\mu_0 I^2 \ell}{2\pi a^2}$　　⑥　$\dfrac{5\mu_0 I^2 \ell}{2\pi a^2}$

(b)　図 3 は 3 本の導線を真上から見たもので，⊙は紙面に垂直に裏から表に，⊗は紙面に垂直に表から裏に流れる電流の向きを表す。導線 B にはたらく合力の向きとして正しいものを，図 3 の①〜⑧のうちから一つ選べ。 $\boxed{3}$

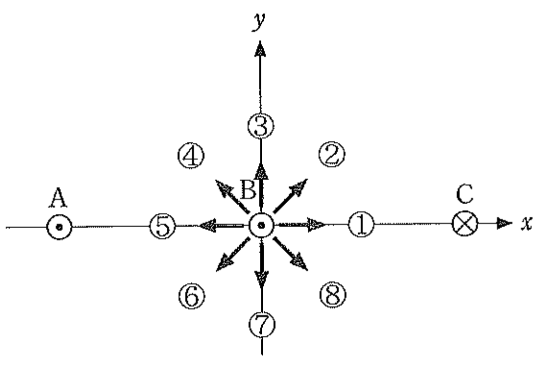


図 3

問 3　図4のように，空気中に置かれた平面ガラスの上に，点Oを中心とした半径Rの球面をもつ平凸レンズをのせる。ガラスとレンズは点Cで接している。レンズの真上から波長λの単色光を当て，レンズを真上から観察すると，Cを中心とする同心円状の明暗の縞模様(明環と暗環)が見える。空気の屈折率を1，ガラスとレンズの屈折率を$n(>1)$として，下の問い((a)，(b))に答えよ。

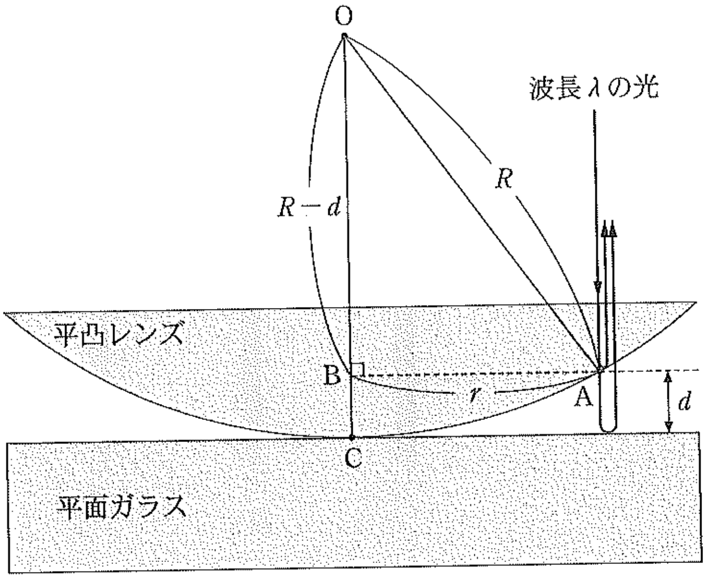


図4

(a)　OCから距離rだけ離れたレンズ球面上の点Aと平面ガラスの距離をdとする(図4参照)。Rに比べてdがじゅうぶんに小さいものとすると，△OABに三平方の定理を適用して，$d \fallingdotseq \dfrac{r^2}{2R}$の関係が成り立つことがわかる。レンズを真上から見たとき，レンズ球面上の点Aで反射される光と，レンズを通り抜けて平面ガラスの上面で反射される光との干渉が起こる。図4には，これら二つの光の経路が描かれている。Cを中心として，半径rの暗環が観察されるとき，rと光の波長λの関係はどのように表されるか。mを0以上の整数として，正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。$\boxed{\ 4\ }$

① $r=\sqrt{\dfrac{m\lambda R}{2}}$　② $r=\sqrt{m\lambda R}$　③ $r=\sqrt{\dfrac{\lambda R}{2}\left(m+\dfrac{1}{2}\right)}$

④ $r=\sqrt{\lambda R\left(m+\dfrac{1}{2}\right)}$　⑤ $r=\sqrt{\dfrac{m\lambda R}{2n}}$　⑥ $r=\sqrt{\dfrac{m\lambda R}{n}}$

⑦ $r=\sqrt{\dfrac{\lambda R}{2n}\left(m+\dfrac{1}{2}\right)}$　⑧ $r=\sqrt{\dfrac{\lambda R}{n}\left(m+\dfrac{1}{2}\right)}$

(b) 図4のように，真上から波長λの光を当てて，平面ガラスの真下から観察したときに見えるようすとして，正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。 $\boxed{5}$

① 全体が明るく，明環も暗環も見えない。

② 全体が暗く，半径の小さな明環が一つだけ見える。

③ 明環と暗環が真上から見えたものと逆になる。

④ 明環と暗環の半径は，真上から見えたものと同じ。

⑤ 明環と暗環の半径は，真上から見えたものに比べn倍になる。

⑥ 明環と暗環の半径は，真上から見えたものに比べ$\dfrac{1}{n}$倍になる。

問 4　図5のように，なめらかに動くピストンを備え，熱を通さない円筒容器があり，この容器内に理想気体を閉じ込めてその絶対温度を T_1 にしてある。まず，ピストンを動かないように固定し体積を一定に保って容器内の気体に熱量 Q を加えたところ，容器内の気体の温度が T_1 から上昇して T_2 になり，このときの容器内の気体の圧力は容器外の大気圧 p と等しくなった。次に，固定していたピストンを自由に動けるようにし，絶対温度 T_2，圧力 p の状態の容器内の気体にふたたび Q の熱量をゆっくり加えたところ，容器内の気体の温度が T_2 から上昇して T_3 になった。このとき，下の問い((a)，(b))に答えよ。

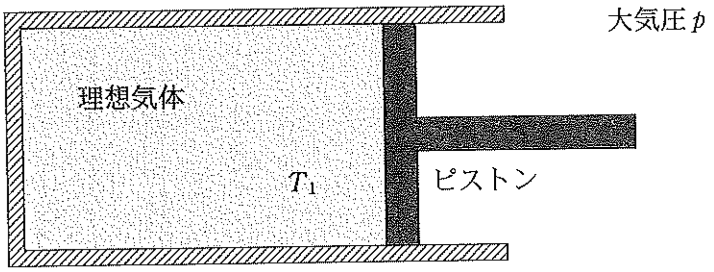


図5

(a)　熱量 Q を2回目に加えて温度を T_2 から T_3 に上昇させたときの，容器内の気体の内部エネルギーの増加はいくらか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。 $\boxed{\ 6\ }$

① $\dfrac{QT_2T_3}{T_1^2}$　② $\dfrac{QT_3^2}{T_1T_2}$　③ $\dfrac{QT_1T_3}{T_2^2}$

④ $\dfrac{Q(T_3-T_2)}{T_2-T_1}$　⑤ $\dfrac{Q(T_3-T_1)}{T_3-T_2}$　⑥ $\dfrac{Q(T_3-T_2)}{T_3-T_1}$

⑦ $\dfrac{Q(T_3+T_2-2T_1)}{T_2-T_1}$　⑧ $\dfrac{Q(2T_2-T_1-T_3)}{T_3-T_2}$

(b)　熱量 Q を2回目に加え温度を T_2 から T_3 に上昇させたとき，自由に動けるピストンが動いて，容器内の気体の体積はどれだけ増加するか。正しいものを，次の①～⑦のうちから一つ選べ。 $\boxed{\ 7\ }$

① $\dfrac{Q(T_3-T_2)}{p(T_3-T_1)}$　② $\dfrac{Q(T_2-T_1)}{p(T_3-T_2)}$　③ $\dfrac{Q(T_3-T_1)}{p(T_2-T_1)}$

④ $\dfrac{Q(2T_3-T_1-T_2)}{p(T_3-T_1)}$　⑤ $\dfrac{Q(T_3+T_2-2T_1)}{p(T_3-T_1)}$　⑥ $\dfrac{Q(2T_2-T_1-T_3)}{p(T_2-T_1)}$

⑦ $\dfrac{Q(T_3+T_2-2T_1)}{p(T_2-T_1)}$

第2問　コンデンサーとコイルからなる回路における電気振動について，次の問い(A・B)に答えよ。ただし，コイルや導線の抵抗は無視でき，コイルの自己インダクタンスは定数であるとする。〔解答番号 $\boxed{\ 1\ }$ ～ $\boxed{\ 6\ }$〕

A　図1のように充電した電気容量 C のコンデンサーを自己インダクタンス L のコイルにつなぐと，角周波数 ω の電気振動が起こった。スイッチSを閉じた瞬間を $t=0$ とすると，t 秒後のコンデンサーの電気量は $Q=Q_0\cos\omega t$ と表される。Q_0 は正の定数として，下の問い(問1～問3)に答えよ。

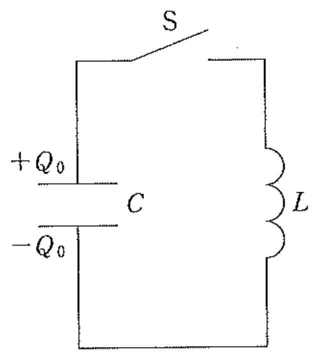


図1

問1　t 秒後のコイルに加わる電圧 V_L を，Q を用いて表すとどうなるか。ただし，V_L は図1のコイルの下端から見た上端の電位とする。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。$V_L=\boxed{\ 1\ }$

①　$\dfrac{1}{2}L\omega Q$　　②　$L\omega Q$　　③　$\dfrac{1}{2}L\omega^2 Q$　　④　$L\omega^2 Q$

⑤　$\dfrac{1}{2L}\omega Q$　　⑥　$\dfrac{1}{L}\omega Q$　　⑦　$\dfrac{1}{2L}\omega^2 Q$　　⑧　$\dfrac{1}{L}\omega^2 Q$

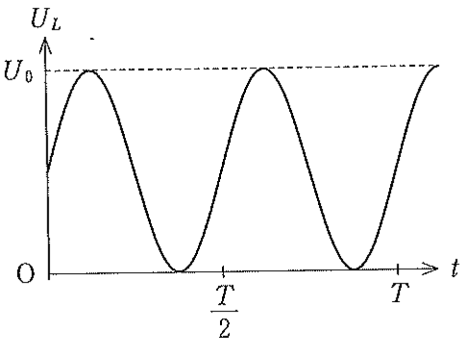
問2　キルヒホッフの第2法則よりコンデンサーの電圧と V_L は等しくなり，この条件から ω が得られる。この電気振動の周期 T として正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。$T=\boxed{\ 2\ }$

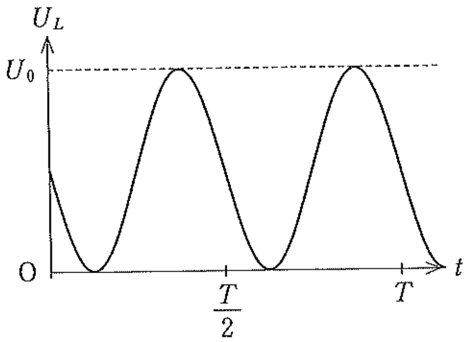
①　$\dfrac{2\pi}{LC}$　　②　$2\pi\dfrac{C}{L}$　　③　$2\pi\dfrac{L}{C}$　　④　$2\pi LC$

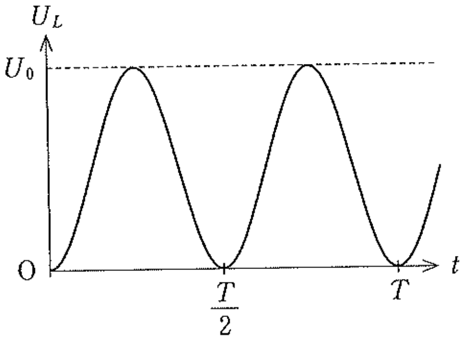
⑤　$\dfrac{2\pi}{\sqrt{LC}}$　　⑥　$2\pi\sqrt{\dfrac{C}{L}}$　　⑦　$2\pi\sqrt{\dfrac{L}{C}}$　　⑧　$2\pi\sqrt{LC}$

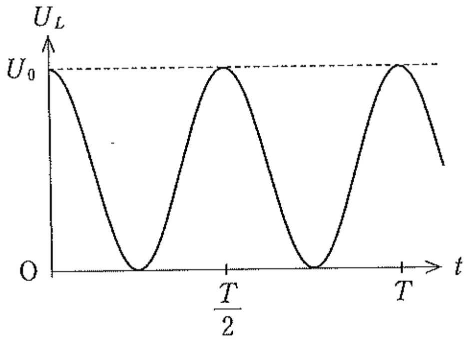
問 3　コイルに蓄えられるエネルギー U_L と時間 t の関係を示すグラフとして正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。ただし，U_L の最大値と最小値の差を U_0 とする。

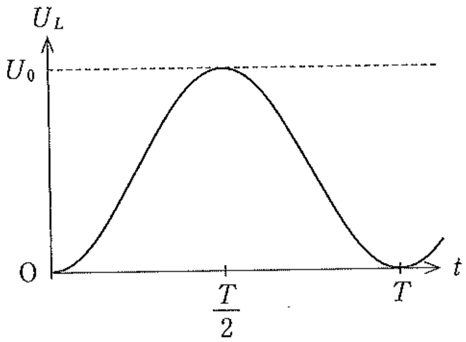
$\boxed{\quad 3 \quad}$

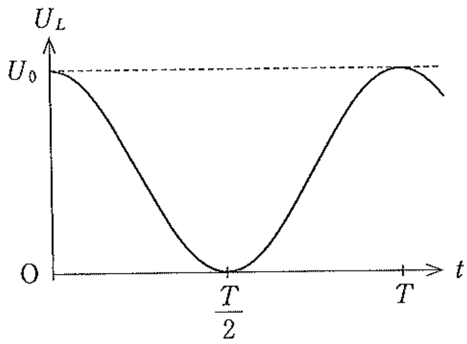
①


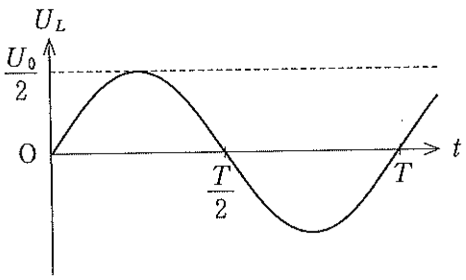
②


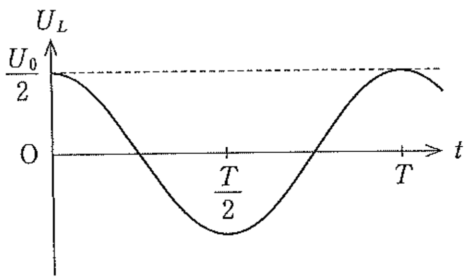
③


④


⑤


⑥


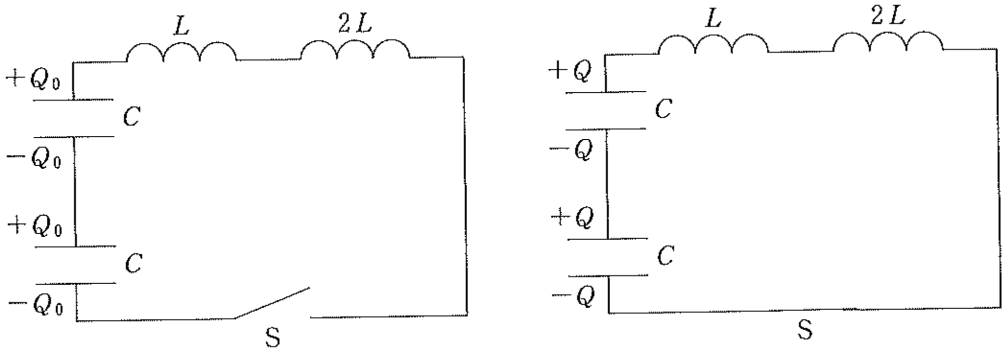
⑦


⑧


B　複数のコンデンサーとコイルでつくられる回路の電気振動について考えよう。コイル間の相互インダクタンスは無視できるものとして，次の問い（問４，問５）に答えよ。

問４　図２のように充電した電気容量 C のコンデンサー２つを自己インダクタンス L と $2L$ のコイルと直列につなぎ，図３のようにスイッチを閉じると角周波数 ω' の電気振動が起こった。スイッチを閉じた瞬間を $t = 0$ とすると，t 秒後のコンデンサーの電気量は $Q = Q_0 \cos \omega' t$ と表される。この電気振動の周期 T' は，問２の T を用いて表すとどうなるか。正しいものを下の①～⑧のうちから一つ選べ。

$T' = \boxed{\quad 4 \quad}$



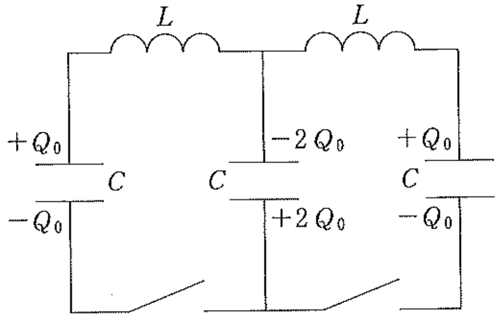
スイッチを閉じる前
図２

スイッチを閉じた後
図３

①　$\dfrac{T}{\sqrt{6}}$　　②　$\dfrac{T}{\sqrt{3}}$　　③　$\sqrt{\dfrac{2}{3}}\,T$　　④　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\,T$

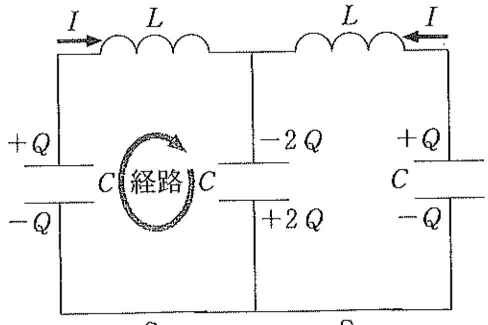
⑤　$\dfrac{2}{\sqrt{3}}\,T$　　⑥　$\sqrt{\dfrac{3}{2}}\,T$　　⑦　$\sqrt{3}\,T$　　⑧　$\sqrt{6}\,T$

問 5　図 4 のように充電した電気容量 C のコンデンサー 3 つを自己インダクタンス L のコイル 2 つにつないだ回路がある。$t=0$ でスイッチ S_1，S_2 を同時に閉じると，図 5 のように電流 I が流れ，角周波数 ω'' の電気振動が起こった。t 秒後のコンデンサーの電気量は，図 5 のように与えられ，$Q=Q_0\cos\omega''t$ と表される。下の問い((a)，(b))に答えよ。



スイッチを閉じる前

図 4



スイッチを閉じた後

図 5

(a)　図 5 の経路に沿ってキルヒホッフの第 2 法則を適用すると，ω'' が求められる。この電気振動の周期 T'' を，問 2 の T を用いて表すとどうなるか。正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。

$T''=$ $\boxed{5}$

①　$\dfrac{T}{2}$　　②　$\dfrac{T}{\sqrt{3}}$　　③　$\dfrac{T}{\sqrt{2}}$　　④　$\sqrt{2}T$　　⑤　$\sqrt{3}T$　　⑥　$2T$

(b)　左端のコンデンサーのエネルギーと左側のコイルのエネルギーが初めて等しくなるのは，スイッチを閉じてから T'' の何倍の時間がたったときか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。$\boxed{6}$ 倍

①　$\dfrac{1}{12}$　　②　$\dfrac{1}{8}$　　③　$\dfrac{1}{6}$　　④　$\dfrac{1}{4}$

⑤　$\dfrac{1}{3}$　　⑥　$\dfrac{3}{8}$　　⑦　$\dfrac{5}{12}$　　⑧　$\dfrac{1}{2}$

第3問　水素原子が光子の放出で反動を受ける場合や，熱運動している場合の光の放出や吸収を，エネルギー保存則や運動量保存則を用いて考えよう。水素原子の質量を M，光の速さを c，プランク定数を h として，次の問い(**問1**～**問3**)に答えよ。〔**解答番号** $\boxed{1}$ ～ $\boxed{6}$〕

問1　まず，静止した1個の水素原子があり，この原子が光の放出や吸収をするときに静止したまま動かないとして，エネルギー保存則を用いて，次の問い((a)，(b))に答えよ。

(a)　この水素原子がエネルギー E_2 をもつ励起状態から，エネルギー E_1 をもつ基底状態に遷移し光を放出した。放出された光の波長を λ_0 とすると，λ_0 はいくらか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。

$\lambda_0 = \boxed{1}$

① $\dfrac{E_2+E_1}{h}$　② $\dfrac{E_2+E_1}{hc}$　③ $\dfrac{h}{E_2+E_1}$　④ $\dfrac{hc}{E_2+E_1}$

⑤ $\dfrac{E_2-E_1}{h}$　⑥ $\dfrac{E_2-E_1}{hc}$　⑦ $\dfrac{h}{E_2-E_1}$　⑧ $\dfrac{hc}{E_2-E_1}$

(b)　光を放出したあとの**問1**(a)の水素原子に，短い波長の光(遠紫外線)を当てると，原子から電子が放出された。このとき，原子(基底状態)に当てた光の光子1個がもつエネルギーは 51.7 eV とし，原子から放出された電子は，無限の遠方に離れたときに 38.1 eV の運動エネルギーをもつものとすると，水素原子の基底状態のエネルギー E_1 は何 eV か。最も近い値を，次の①～⑧のうちから一つ選べ。ただし，E_1 は原子内で基底状態の軌道にある電子がもつ運動エネルギーと位置エネルギーの和で与えられ，位置エネルギーは電子が無限の遠方に離れたときを基準にとるものとする。

$E_1 = \boxed{2}$ eV

① -13.6　② -24.5　③ -55.1　④ -89.8

⑤ 13.6　⑥ 24.5　⑦ 55.1　⑧ 89.8

問 2　水素原子が自由に動けるとした場合，はじめは静止させておいた水素原子が**問 1** (a)のように励起状態から光を放出すると，光子の放出と逆向きに反動を受けて動き出す。エネルギー E_1 の基底状態に遷移して光を放出し，反動を受けて速さ V で動き出した原子がもつ全エネルギーと運動量の大きさは，それぞれ，$E_1 + \frac{1}{2}MV^2$ と MV となる。このとき，エネルギー保存則と運動量保存則を用いて，次の問い((a)，(b))に答えよ。

(a)　励起状態(エネルギー E_2)にある水素原子を静止させておいたところ，基底状態に遷移して振動数 ν の光を放出し，原子は反動を受けて動き出した。このとき，励起状態と基底状態のエネルギーの差 $E_2 - E_1$ は，光の振動数 ν を用いてどのように表されるか。正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。

$E_2 - E_1 = \boxed{\quad 3 \quad}$

①　$h\nu\left(1 - \dfrac{h\nu}{2Mc^2}\right)$　　②　$h\nu\left(1 - \dfrac{h\nu}{Mc^2}\right)$　　③　$h\nu\left(1 - \dfrac{2h\nu}{Mc^2}\right)$

④　$h\nu\left(1 + \dfrac{h\nu}{2Mc^2}\right)$　　⑤　$h\nu\left(1 + \dfrac{h\nu}{Mc^2}\right)$　　⑥　$h\nu\left(1 + \dfrac{2h\nu}{Mc^2}\right)$

(b)　次に，**問 2** (a)で光を出す前の水素原子が速さ u で運動していた場合を考え，u は光の速さ c に比べてじゅうぶん小さいものとする。この原子が速さ u で進行していた方向と同じ向きに放出した光を，静止した測定装置で観測したところ振動数が ν' だったとしよう。この振動数 ν' と水素原子のはじめの速さ u を用いると，励起状態と基底状態のエネルギー差 $E_2 - E_1$ はどのように表されるか。正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。ただし，この問いでは，原子の静止エネルギーが大きいため $Mc^2 \gg h\nu'$ であることを考慮し，$\dfrac{h\nu'}{Mc^2}$ を無視する近似を用いよ。

$E_2 - E_1 = \boxed{\quad 4 \quad}$

①　$h\nu'\left(1 - \dfrac{u}{4c}\right)$　　②　$h\nu'\left(1 - \dfrac{u}{2c}\right)$　　③　$h\nu'\left(1 - \dfrac{u}{c}\right)$

④　$h\nu'\left(1 + \dfrac{u}{4c}\right)$　　⑤　$h\nu'\left(1 + \dfrac{u}{2c}\right)$　　⑥　$h\nu'\left(1 + \dfrac{u}{c}\right)$

問 3　水素原子を含む気体から放射された光を観測する場合，気体中の水素原子が乱雑な運動をしているので，この乱雑な運動の速さを問 2(b)の速さ u と考えてみよう。次の問い((a)，(b))に答えよ。

(a)　水素原子が絶対温度 T の単原子理想気体として熱運動している場合を考える。このときの原子の2乗平均速度を $\sqrt{\overline{v^2}}$ で表す。x，y，z 軸をとって原子の速度を $\vec{v} = (v_x,\ v_y,\ v_z)$ と表すと，$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$ となり，熱運動はどの方向にも均等なので $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ が成り立つと考えてよい。このとき，x 軸方向の平均的な速さのめやすを与える $\sqrt{\overline{v_x^2}}$ は，水素原子気体の絶対温度 T を用いてどのように表されるか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。ただし，気体定数を R，アボガドロ定数を N_A とする。

$\sqrt{\overline{v_x^2}} = \boxed{\quad 5 \quad}$

①　$\dfrac{RT}{N_A}$　　②　$\dfrac{3RT}{N_A}$　　③　$\dfrac{RT}{N_A M}$　　④　$\dfrac{3RT}{N_A M}$

⑤　$\sqrt{\dfrac{RT}{N_A}}$　　⑥　$\sqrt{\dfrac{3RT}{N_A}}$　　⑦　$\sqrt{\dfrac{RT}{N_A M}}$　　⑧　$\sqrt{\dfrac{3RT}{N_A M}}$

(b)　気体中で乱雑な熱運動をする水素原子から x 軸方向に放出された光を，この方向に置かれた測定装置で観測するとしよう。問 2(b)の結果で $u = \sqrt{\overline{v_x^2}}$ ととることにし，このとき振動数 ν' で放出された光の波長を λ' で表すと，問 1(a)の λ_0 からの波長のずれの絶対値 $|\lambda' - \lambda_0|$ は何 nm か。絶対温度 900 K の水素原子気体から放射された場合に，$|\lambda' - \lambda_0|$ を数値(有効数字 1 けた)で求め，最も近い値を，次の①～⑥のうちから一つ選べ。ただし，$M = 2 \times 10^{-27}$ kg，$c = 3 \times 10^8$ m/s，$R = 8$ J/(mol・K)，$N_A = 6 \times 10^{23}$/mol とし，ボーアの水素原子模型で $\lambda_0 = 122$ nm となるので λ_0 にこの値を用いてよい(1 nm $= 10^{-9}$ m)。

$|\lambda' - \lambda_0| = \boxed{\quad 6 \quad}$ nm

①　1×10^{-3}　　②　5×10^{-3}　　③　0.1

④　0.5　　⑤　10　　⑥　50

II 次の問いに答えよ。解答用紙の所定の欄には，結果だけでなく考え方と途中の式も記せ。

地球のまわりを回る質量 m の人工衛星の運動について考える。地球の質量を M，万有引力定数を G として，次の問い(A～C)に答えよ。

A 図1のように，人工衛星は，地球の中心Oから距離 r の円軌道を速さ v で等速円運動している。人工衛星には，地球との万有引力がはたらいている。下の問い(**問1**，**問2**)に答えよ。

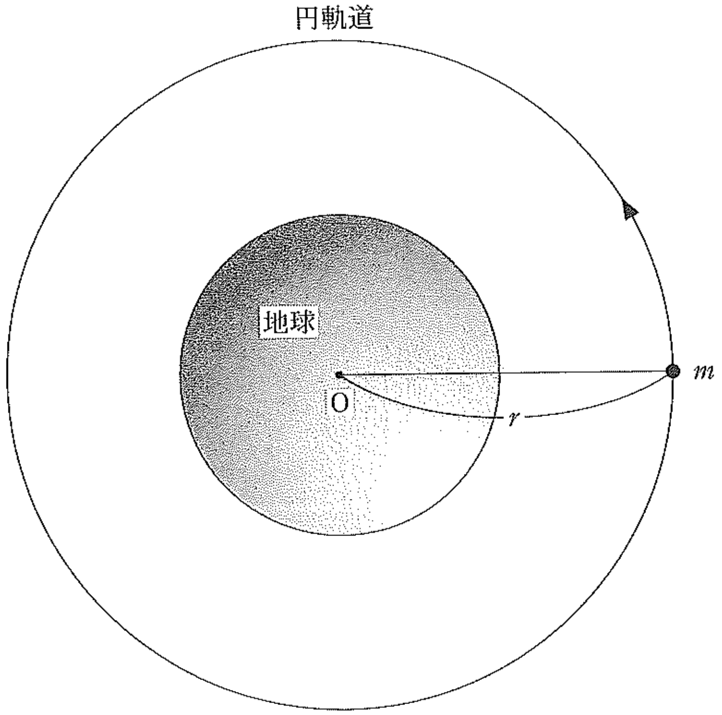


図1

問1 半径 r，速さ v で等速円運動する人工衛星の運動方程式を書け。また，v を r，M，G を用いて表せ。

問2 前問の結果を使い，人工衛星の力学的エネルギー E を r，m，M，G を用いて表せ。ただし，万有引力による位置エネルギーは無限遠を基準とする。

B　地球の表面から高度 1000 km 以下を運動する人工衛星を考える。このような低い軌道には，薄い大気が存在し，人工衛星の速度と反対の方向に抵抗力が生じる。この抵抗力の大きさを $D(>0)$ としたとき，D は人工衛星の軌道上で一定とみなせる。図 2 には，時刻 $t=0$ の人工衛星の位置と，$t=0$ から短い時間 $\varDelta t$ だけ経過したときの人工衛星の位置，そしてその後の軌道が描かれている。人工衛星は，大気の抵抗力を受けて徐々に高度を下げるが，抵抗力の大きさ D の値は小さいので，実際の軌道の円軌道からのずれは図中に描かれたものよりもはるかに小さい。このように，大気の影響を受けてゆっくりと高度を下げる人工衛星の運動について，下の問い(**問 3**，**問 4**)に答えよ。

大気の抵抗力を受けた軌道

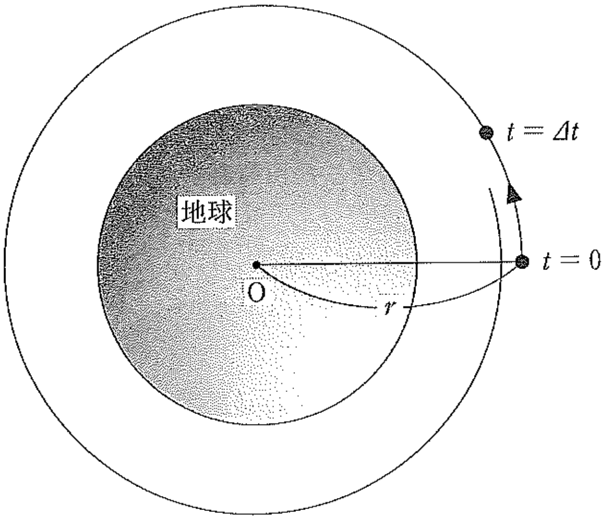


図 2

問 3　時刻 $t=0$ の人工衛星の速さを v，O から人工衛星までの距離を r として，v と r は**問 1** の等速円運動の関係式を満たすとする。時刻 $t=0$ から $\varDelta t$ だけ時間がたつ間に，大気の抵抗力が人工衛星にした仕事 $\varDelta W$ を r，M，G，$\varDelta t$，D を用いて表せ。ただし，短い時間 $\varDelta t$ の間の人工衛星の速さの変化は無視できる。

問 4　時刻 $t=\varDelta t$ での O と人工衛星の距離を $r+\varDelta r(\varDelta r<0)$ とする。$t=0$ から $\varDelta t$ だけ時間が経過する間の人工衛星の力学的エネルギーの変化 $\varDelta E$ は大気がした仕事 $\varDelta W$ に等しい ($\varDelta E=\varDelta W$)。距離の変化 $\varDelta r$ を r，m，M，G，D，$\varDelta t$ を用いて表せ。ただし，$t=0$ と $t=\varDelta t$ の瞬間の人工衛星の運動は，それぞれ半径が r と $r+\varDelta r$ の等速円運動とみなせる。また $\varDelta r$ が小さいときに使える近似式

$$\frac{1}{r+\varDelta r}\fallingdotseq\frac{1}{r}-\frac{\varDelta r}{r^2}$$

を用いて，$\varDelta r$ を計算せよ。

C　人工衛星が推進用のガス噴射で高度を上げる方法を考えよう。ただし，ガス噴射は進行方向と反対の方向に瞬間的に行われ，人工衛星は，速度の向きを変えずに速さのみを変えることができるとする。また，ガス噴射による人工衛星の質量の変化，および大気の影響は無視できるとする。次の問い(問5，問6)に答えよ。

問5　図3の半径 r_A の円軌道を回っていた人工衛星は，軌道上の点Aにおいてガス噴射で速さを u_A に上げる。速さの大きくなった人工衛星は，Oを焦点とする楕円軌道(図3の破線)に移行して，OをはさんでAと反対側にある点Bに達する。楕円軌道上の点Bにおける人工衛星の速さを u_B，OからBまでの距離を r_B とする。点Aと点Bにおける速さの比 $\frac{u_A}{u_B}$ を，面積速度一定の法則を使って r_A，r_B を用いて表せ。また，エネルギー保存則を使って速度の2乗の差 $u_A{}^2 - u_B{}^2$ を r_A，r_B，G，M を用いて表せ。

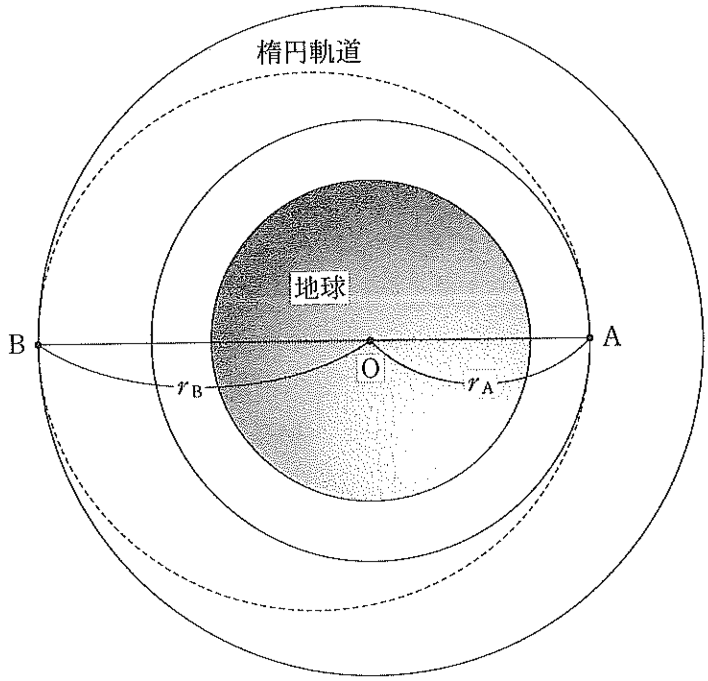


図3

問6　問5の結果を使えば，u_B を r_A，r_B，G，M で表すことができる。点Bにおいて速さ u_B の人工衛星は，そのままでは楕円軌道に沿ってAまで戻ってしまう。半径 r_B の円軌道に乗り移るためには，Bにおいて再度ガス噴射を使って速さを変える必要がある。このとき，点Bで行うガス噴射の反作用によって人工衛星が受ける力積の大きさを求めよ。答えは r_A，r_B，m，M，G を用いて表せ。ただし，ガス噴射の前後での人工衛星の質量の変化は無視できるとする。