順天堂大学

25 B

数　　学

[注意事項]

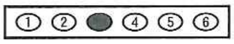
1. 監督者の指示があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 問 I，II の解答はマークシートにマークし，問 III の解答は専用の解答用紙に書くこと。
3. マークシート解答用紙は，コンピュータで処理するので，折り曲げたり汚したりしないこと。
4. マークシートに，氏名・受験番号を記入し，受験番号をマークする。マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。また，問 III の解答用紙にも受験番号・氏名を記入する。無記入の場合や受験番号を誤記入した場合はその答案は無効になる。

受験番号のマーク例(13015の場合)

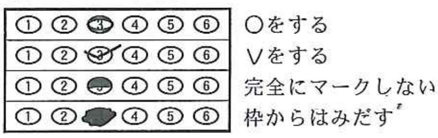
受	験	番	号	
1	3	0	1	5
万位	千位	百位	十位	一位
⓪	⓪	●	⓪	⓪
●	①	①	●	①
②	②	②	②	②
③	●	③	③	③
④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

5. 問 I，II において，マークするときは，HBまたはBの黒鉛筆を用いること。誤ってマークした場合には，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえで，新たにマークし直すこと。
6. マークで解答する場合は，下記の例に従い，正しくマークすること。

正しいマーク例

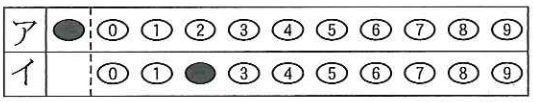


誤ったマーク例

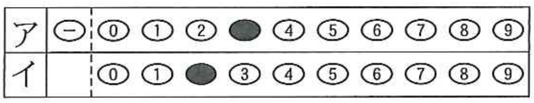


7. マークで解答する場合，$\boxed{}$ の中の文字は，それぞれ符号(−)または，数字1文字が対応している。ただし，符号は選択肢に含まれない場合がある。例えば，$\boxed{アイ}$ の形の場合，−9から−1の整数または10から99の整数が入り得る。

−2の場合



32の場合



順天堂大学

問　題　訂　正

数　学

問題Ⅱの６ページ、下から３行目

オー

（誤）　Ｓ（Ｏ）＝$\boxed{\text{ト}}$を考慮する

⇩

ゼロ

（正）Ｓ（０）＝$\boxed{\text{ト}}$を考慮する

$\boxed{\text{I}}$ $\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。

(1) 初項が共通で公比の異なる二つの無限等比数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ がありそれぞれの無限級数は 6 と 4 に収束する。またそれぞれの項の比を各項とする無限等比数列 $\{\dfrac{b_n}{a_n}\}$ の無限級数は 3 に収束する。$a_1 = b_1 = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$,

数列 $\{a_n\}$ の公比は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$, 数列 $\{b_n\}$ の公比は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2) $x = \cfrac{2}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cdots}}}}$ のように分数を無限に連ねた連分数を考える。

この連分数の値が求まることが知られている。

$y = \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cdots}}}$ とすると y は $ay^2 + by + c = 0$ を満たす。

ただし $a > 0$，a，b，c の最大公約数は 1 とする。

このとき $a = \boxed{\text{ア}}$，$b = \boxed{\text{イ}}$，$c = \boxed{\text{ウエ}}$ であり，

$y = \boxed{\text{オカ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ となるので，$x = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ となる。

(3) 方程式 $x\log_e 2^x - x\log_e 6 + \log_e 9 - \log_e 4 = 0$ の解を α, β とすると,

$2^{\alpha} = \boxed{\text{ア}}$, $2^{\beta} = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ となる。

(4) 行列 A による移動をおこない，次に x 軸方向に p，y 軸方向に q 移動する平行移動を考える。

この移動により点(1，0)は点(5，6)に，点(0，1)は点(6，−1)に，点(1，1)は点(9，3)にそれぞれ移動した。

このとき $A = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ア}} & \boxed{\text{イ}} \\ \boxed{\text{ウ}} & \boxed{\text{エオ}} \end{pmatrix}$，$p = \boxed{\text{カ}}$，$q = \boxed{\text{キ}}$ である。

(5) 正五角形BCDEFを底面として持つすべての辺の長さが2の五角錐ABCDEFについて考える。対角線BEとCFの交点をGとおくと△BCFと△GFBは相似になる。このことより

$\mathrm{BE} = \boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，$\mathrm{BG} = \boxed{\text{ウエ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ となる。

これより，$\cos\dfrac{2\pi}{5} = \dfrac{\boxed{\text{カキ}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ となる。

頂点Aから底面に下した垂線をAOとおく。このとき，

$$\mathrm{OB}^2 = \frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}} + \boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}},$$

$$\mathrm{OA}^2 = \frac{\boxed{\text{ソタ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}} + \boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}},$$

$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AD}} = \boxed{\text{ナ}} - \sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ となる。

II $\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。

空間に一辺の長さが2の2つの正方形S：ABCD，S′：A′B′C′D′がある。S，S′の対角線の交点をそれぞれO，O′とし，OO′はそれぞれの面と直交し，長さは3とする。さらに，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$と$\overrightarrow{\mathrm{O'A'}}$のなす角は$\dfrac{1}{4}\pi$であり，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$と$\overrightarrow{\mathrm{O'B'}}$のなす角は$\dfrac{1}{4}\pi$である。このとき，2つの正方形を8つの線分AA′，AB′，BB′，BC′，CC′，CD′，DD′，DA′で結び，底面がSとS′で，側面が8つの二等辺三角形からなる立体を考える。この立体の体積を求めてみよう。

底面Sから高さhの面で切ったこの立体の断面S_hの面積を$S(h)$とし，軸OO′と断面S_hの交点をO_hとする。

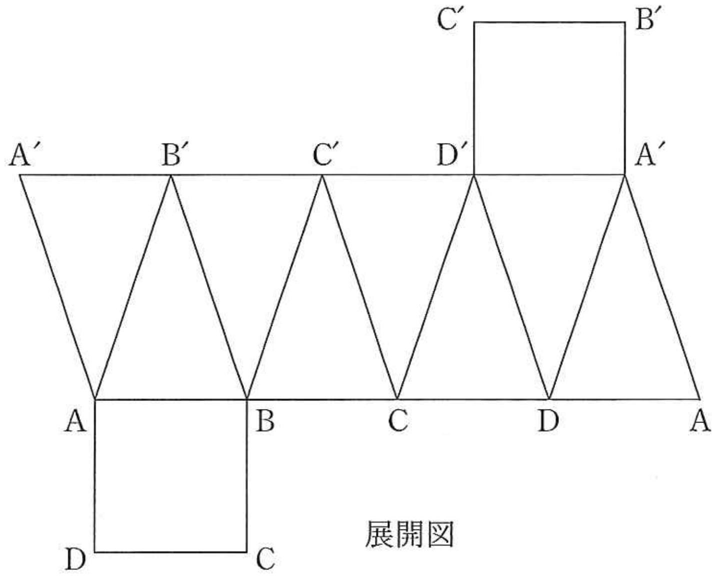
△AA′B′と断面S_hの交線l_hに注目する。O_hからl_hの距離はhが0から3まで増加するとき$a=\sqrt{\boxed{\text{ア}}}-\boxed{\text{イ}}$だけ減少するので，$\mathrm{O}_h$から$l_h$の距離の$h$に対する増加率は$\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}a$となり，また線分$l_h$の長さは$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}h$である。同様に△B′ABと断面$\mathrm{S}_h$の交線について考えると$\mathrm{O}_h$との距離の$h$に対する増加率は$\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}a$となり線分の長さは

$\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}h+\boxed{\text{ス}}$となるので，$h$の増分を$\triangle h$とおいた時，面積の増分

$\triangle S$は$\left(\dfrac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}h+\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\right)a\triangle h$となる。$S(\mathrm{O})=\boxed{\text{ト}}$を考慮すると，$S(h)=\left(\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}h^2+\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}h\right)a+\boxed{\text{ハ}}$となる。

この$S(h)$を0から3まで積分するとこの立体の体積は

$\boxed{\text{ヒ}}\,a+\boxed{\text{フヘ}}=\boxed{\text{ホ}}\sqrt{\boxed{\text{マ}}}+\boxed{\text{ミ}}$となる。



展開図

III 次の問いに答えよ。

(1) 2つのxの1次関数$y = ax + b$と$y = cx + d$があるとき，そのグラフが互いに直交する必要十分条件を導け。

(2) 放物線$y = x^2$上の2点O$(-1, 1)$，A(a, a^2)に対して，この放物線上のもう一点B(b, b^2)で∠OBAが直角になるものが存在するaの条件を与えよ。

(3) 放物線$y = x^2$上の2点O$(-1, 1)$，A(a, a^2)に対して，この放物線上の点をもう一点とり，直角三角形を作ることを考える。直角三角形が4つできるaの条件を与えよ。