

## (推薦) 平成31年度入学試験 数 学 (問題用紙)

◎問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 四角形 ABCD において、 $AB = BC = CD = 1$ 、 $AD > 1$ 、 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 、 $\angle DAB = \frac{5}{12}\pi$  とする。

(1)  $AD =$   である。

(2) 辺 AD の延長と辺 BC の延長の交点を E とすると、 $CE =$   である。

(3)  $\angle BCD =$   である。

(4) 四角形 ABCD の面積は  である。

2 多項式  $f(x)$  に対し、 $S[f(x)] = \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$  とおく。

(1)  $S[1 + ax]$  を最小にするような  $a$  の値  $a_0$  を求めよ。また、そのときの最小値  $S[1 + a_0x]$  を求めよ。

(2) (1) で求めた  $a_0$  に対し、 $S[1 + a_0x + bx^2]$  を最小にするような  $b$  の値  $b_0$  を求めよ。また、そのときの最小値  $S[1 + a_0x + b_0x^2]$  を求めよ。

(3)  $S[1 + Ax + Bx^2]$  を最小にする  $A, B$  の値の組を  $(A, B) = (A_0, B_0)$  とする。 $A_0, B_0$  の値を求めよ。また、そのときの最小値  $S[1 + A_0x + B_0x^2]$  を求めよ。

3 数列  $\{a_n\}$  の一般項を  $a_n = \frac{n^3}{2^n}$  とする。また、数列  $\{b_n\}$  を  $b_1 = a_1$  および  $b_n = \frac{a_n}{a_{n-1}}$  ( $n \geq 2$ ) によって定める。必要なら  $\log_{10} 2 = 0.30103$ 、 $\log_{10} 3 = 0.47712$ 、 $\log_{10} 7 = 0.84510$  を用いよ。

(1)  $n \geq 2$  に対し  $0 < b_{n+1} < b_n$  であることを示せ。

(2)  $a_n$  が最大となるような自然数  $n$  を  $M$  とおく。 $M$  を求めよ。

(3)  $a_M b_{M+1}^{n-M} < 10^{-3}$  を満たす最小の自然数  $n$  を  $N$  とおく。 $N$  を求めよ。