(推薦) 平成30年度入学試験 数 学 (問題用紙)

◎問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 実数 x について, x 以下の最大の整数を $[x]$ とする。たとえば, $[1]=1$, $[\sqrt{5}]=2$ である。

(1) 大小2つのさいころを投げて, 出た目をそれぞれ p, q とするとき, $\left[\dfrac{pq}{p+q}\right]=0$ となる確率は $\boxed{\text{ア}}$, $\left[\dfrac{pq}{p+q}\right]=1$ となる確率は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 大中小3つのさいころを投げて出た目をそれぞれ a, b, c とするとき, $\left[\dfrac{ab}{a+b}\right]=\left[\dfrac{bc}{b+c}\right]=\left[\dfrac{ca}{c+a}\right]=0$ となる確率は $\boxed{\text{ウ}}$, 等式 $\left[\dfrac{ab}{a+b}\right]+\left[\dfrac{bc}{b+c}\right]=\left[\dfrac{ca}{c+a}\right]$ が成立する確率は $\boxed{\text{エ}}$ である。

2

(1) $(k+1)^5-k^5$ を計算せよ。

(2) (1) の結果を用いて, $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^4$ を n の式で表せ。

(3) $\dfrac{1^4+2^4+\cdots+18^4}{1^2+2^2+\cdots+18^2}$ を求めよ。

3 $\triangle$ABC において AB $=$ CA $=4$, BC $=4x$ (x は正の実数) であり, 辺 BC, CA, AB の中点を順に D, E, F とする。線分 DE, EF, FD を折り目として, 3頂点 A, B, C が1点 O で重なるように折り曲げて, 四面体 ODEF を作ることができるとする。

(1) x のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) 辺 EF の中点を M とするとき, $\triangle$ODM の面積 S を x を用いて表せ。

(3) 四面体 ODEF の体積 V を x を用いて表せ。また, V の最大値とそのときの x の値を求めよ。