

(推薦) 平成29年度入学試験 数 学 (問題用紙)

◎問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 正六面体の各面に素数を小さいものから順に書き、素数さいころを作成する。同様に、正六面体の各面に合成数を小さいものから順に書き、合成数さいころを作成する。ただし、さいころのそれぞれの目の出る確率は $\frac{1}{6}$ であるとする。

(1) 素数さいころを2回投げて、出た目の和が素数となる確率は である。素数さいころと合成数さいころを1回ずつ投げて、出た目の数が互いに素となる確率は であり、出た目の和が素数となる確率は である。

(2) 素数さいころを2回投げて出た目の積が、合成数さいころを1回投げて出た目の数と一致する確率は である。

(3) 素数さいころを投げて出た目を a 、合成数さいころを投げて出た目を b とするとき、放物線 $C: y = x^2 - ax + b$ が x 軸と共有点をもつ確率は である。そのとき C と x 軸で囲まれる部分の面積の最大値は 、最小値は である。

2 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定める。また a_n を4で割ったときの余りを r_n とし、数列 $\{r_n\}$ を定める。

(1) $\sum_{k=1}^7 r_k$ を求めよ。

(2) r_{2017} を求めよ。

(3) $\sum_{k=1}^{2017} a_k$ を4で割ったときの余りを求めよ。

(4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3 曲線 $y = (x-1)|x-4| - 1$ を C 、直線 $y = k$ を l_1 、直線 $y = ax + a$ を l_2 とする。ただし、 k, a は定数とする。

(1) C と l_1 が異なる3個の共有点をもつように、 k の値の範囲を定めよ。

(2) C と l_2 が異なる3個の共有点をもつように、 a の値の範囲を定めよ。

(3) C と l_2 が異なる3個の共有点をもち、それらの共有点を x 座標が小さい順に、 P, Q, R とする。 P の x 座標は正かつ、 P の x 座標と Q の x 座標の比が $1:2$ となるように、 a の値を定めよ。