（平成31年度一般後期）　　数　学

$\boxed{1}$

ア	608
イ	8
ウ	8
エ	171
オ	176

$\boxed{2}$

(1)　$x_1 = \boxed{2}$　　(2)　$x_n = \boxed{\dfrac{2}{4n-3}}$

(3)　$n = \boxed{23}$　　(4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = \boxed{\dfrac{4n}{4n+1}}$

(5)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k = \boxed{\dfrac{8n(2n+3)}{5(4n+1)(4n+5)}}$

$\boxed{3}$　（最後の答だけでなく，答の導き方も書くこと。）

$F(t) = \displaystyle\int (6t+2)(t-x)dt$ とおくと，

$F(t) = \displaystyle\int \{6t^2 - (6x-2)t - 2x\}dt = 2t^3 - (3x-1)t^2 - 2xt + C$ （C は積分定数）

$f(x) = \displaystyle\int_0^1 (6t+2)|t-x|dt$

$x \leqq 0$ のとき，$f(x) = \displaystyle\int_0^1 (6t+2)(t-x)dt = F(1) - F(0) = -5x+3$

$0 \leqq x \leqq 1$ のとき，$f(x) = \displaystyle\int_0^x -(6t+2)(t-x)dt + \int_x^1 (6t+2)(t-x)dt$

$= F(0) + F(1) - 2F(x) = 2x^3 + 2x^2 - 5x + 3$

$x \geqq 1$ のとき，$f(x) = \displaystyle\int_0^1 -(6t+2)(t-x)dt = -F(1) + F(0) = 5x-3$

$g(x) = \displaystyle\int_0^x (6t+2)|t-x|dt$

$x \leqq 0$ のとき，$g(x) = \displaystyle\int_0^x (6t+2)(t-x)dt = F(x) - F(0) = -x^3 - x^2$

$x \geqq 0$ のとき，$g(x) = \displaystyle\int_0^x -(6t+2)(t-x)dt = -F(x) + F(0) = x^3 + x^2$

(1)　$x \leqq 0$ のとき，$f(x) - g(x) = -5x + 3 - (-x^3 - x^2) = (x-1)^2(x+3) = 0$

$x \leqq 0$ より，$x = -3$　共有点 $(-3,\ 18)$

$0 \leqq x \leqq 1$ のとき，$f(x) - g(x) = 2x^3 + 2x^2 - 5x + 3 - (x^3 + x^2) = (x-1)^2(x+3) = 0$

$0 \leqq x \leqq 1$ より，$x = 1$　共有点 $(1,\ 2)$

$x \geqq 1$ のとき，$f(x) - g(x) = 5x - 3 - (x^3 + x^2) = -(x-1)^2(x+3) = 0$

$0 \leqq x \leqq 1$ より，$x = 1$　共有点 $(1,\ 2)$

したがって，共有点の座標は，$\underline{\mathbf{(-3,\ 18),\ (1,\ 2)}}$

(2)　(1) より，$y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点の x 座標は $x = -3,\ 1$ であり，

さらに (1) より，$-3 \leqq x \leqq 0$ のとき，$f(x) - g(x) = (x-1)^2(x+3) \geqq 0$

$0 \leqq x \leqq 1$ のとき，$f(x) - g(x) = (x-1)^2(x+3) \geqq 0$

よって，C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を S とすると，

$$S = \int_{-3}^{1} (x-1)^2(x+3)dx = \left[\frac{1}{3}(x-1)^3(x+3)\right]_{-3}^{1} - \int_{-3}^{1} \frac{1}{3}(x-1)^3 dx$$

$$= \left[-\frac{1}{12}(x-1)^4\right]_{-3}^{1} = \underline{\mathbf{\frac{64}{3}}}$$