

(一般後期) 平成31年度入学試験 数学(問題用紙)

◎問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 次の文の に適する数を求めよ。

2^{2019} は 桁の数であり、一の位は で、十の位は である。また、 n が自然数のとき、 $\left(\frac{3}{2}\right)^n$ の整数部分が31桁となる最小の n は であり、最大の n は である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

2 方程式 $\sin \frac{\pi}{x} = 1$ の正の実数解を大きい順に $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) x_1 を求めよ。

(2) x_n を n を用いて表せ。

(3) $x_n - x_{n+1} < \frac{1}{1000}$ となる最小の n を求めよ。

(4) $a_n = x_n x_{n+1}$ とおくと、 $\sum_{k=1}^n a_k$ を n を用いて表せ。

(5) $b_n = x_n x_{n+1} x_{n+2}$ とおくと、 $\sum_{k=1}^n b_k$ を n を用いて表せ。

3 関数 $f(x) = \int_0^1 (6t|t-x| + 2|x-t|) dt$, $g(x) = \int_0^x (6t|t-x| + 2|x-t|) dt$ とする。

曲線 $C_1: y = f(x)$, $C_2: y = g(x)$ について、次の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 の共有点の座標を求めよ。

(2) C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ。