

(一般後期) 平成29年度入学試験 数学(問題用紙)

◎問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 $\triangle ABC$ は、 $AB = AC = x$, $BC = 2$ の二等辺三角形である。 $\triangle ABC$ の外接円の半径を R , 内接円の半径を r とする。

- (1) x のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $\cos A + \cos B + \cos C$ の最大値とそのときの x の値を求めよ。
- (3) $\frac{r}{R}$ の最大値とそのときの x の値を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

- $a_1 = 0$.
- $n \geq 2$ のとき、 a_n は x の3次方程式 $x^3 - 3x^2 - a_{n-1}^2 + a_{n-1} + 4 = 0$ の異なる実数解の個数とする。

- (1) a_2 を求めよ。
- (2) a_3 を求めよ。
- (3) $\sum_{k=1}^{1000} a_k$ を求めよ。
- (4) $\sum_{k=1}^{1000} ka_k$ を求めよ。
- (5) 積 $a_2 \times a_3 \times a_4 \times \cdots \times a_{1000}$ の桁数を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

3 a, b を実数とし、 $a > 0$ とする。曲線 $y = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x$ を C とし、点 $A(a, b)$ とする。

- (1) 点 A を通り、曲線 C に接する直線の本数を求めよ。
- (2) $b < 0$ とする。(1) の直線がちょうど2本であるとき、接線をそれぞれ l_1, l_2 とする。 l_1 と l_2 の方程式を求めよ。ただし l_1 の傾きは l_2 の傾きより小さいとする。
- (3) 曲線 C とその接線 l_1, l_2 とで囲まれる部分のうち、面積が小さいほうの面積を求めよ。