（一般前期）平成29年度入学試験　**数　学**

1

(問題文の枠内にあてはまる数値や式を，下欄に記入すること。)

(1)	ア	20	イ	90
(2)	ウ	8	エ	30
(3)	オ	$3\sqrt{3}+2\sqrt{6}$	カ	$\dfrac{5\sqrt{2}+7}{6}$

2

(答を下欄に記入すること。)

(1) $a=$ $\boxed{a}$ のとき，極小値 $m_1=$ $\boxed{0}$ をとる。

$a=$ $\boxed{-a}$ のとき，極大値 $m_2=$ $\boxed{4a^3}$ をとる。

(2) a の値の範囲は $\boxed{\dfrac{3}{2} \leqq a \leqq 3}$

(3) $a=$ $\boxed{\dfrac{3}{2}}$ のとき，最小値 $m_2=$ $\boxed{\dfrac{27}{2}}$ をとる。

3

(最後の答だけでなく，答の導き方も書くこと。)

(1)　掲載しておりません。

(2)　$\angle\mathrm{ABC}=\theta$ とおくと，$\angle\mathrm{ADC}=\pi-\theta$ より，

$\mathrm{AC}^2=5^2+2^2-2\cdot5\cdot2\cos\theta=29-20\cos\theta\ \cdots$①

$\mathrm{AC}^2=x^2+(9-x)^2+2x(9-x)\cos\theta=2x^2-18x+81+(18x-2x^2)\cos\theta\ \cdots$②

①，② より，$29-20\cos\theta=2x^2-18x+81+(18x-2x^2)\cos\theta$

$(x^2-9x-10)\cos\theta=x^2-9x+26$

$\mathrm{CD}+\mathrm{DA}=9$ であるから，$0<x<9$ であることが必要より，

$x^2-9x-10=(x+1)(x-10)<0$

$$\cos\theta=\frac{x^2-9x+26}{x^2-9x-10}=1+\frac{36}{x^2-9x-10}\cdots③$$

$x^2-9x-10<0$ より，$\cos\theta<1$ といえる。

$$\cos\theta=1+\frac{36}{x^2-9x-10}>-1$$

$36<-2(x^2-9x-10)$

$x^2-9x+8=(x-1)(x-8)<0$

$\therefore\ \underline{1<x<8}$

(3)　四角形 ABCD の面積を S とする。

$$S=\frac{1}{2}\{5\cdot2+x(9-x)\}\sin\theta=\frac{1}{2}(-x^2+9x+10)\sin\theta$$

③ より，$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)=\dfrac{2(x^2-9x+8)\cdot(-36)}{(x^2-9x-10)^2}$

(2) より，$x^2-9x+8<0$, $x^2-9x-10<0$ から

$$\sin\theta=\frac{6\sqrt{2}\sqrt{-(x^2-9x+8)}}{-(x^2-9x-10)}$$

$$S=3\sqrt{2}\sqrt{-(x^2-9x+8)}=3\sqrt{2}\sqrt{-\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{49}{4}}$$

$x=\dfrac{9}{2}$ のとき，S は最大値 $3\sqrt{2}\cdot\dfrac{7}{2}=\underline{\dfrac{21}{2}\sqrt{2}}$ をとる。