(一般前期) 平成30年度入学試験 数 学(問題用紙)

◎問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = 27^x - 9^x - 3^{x+1} + 3$ について考える。$f(x) = 0$ の解は $x = \boxed{\text{ア}}$ である。また，関数 $g(x) = f(x) + f(-x)$ とおくとき，$g(x)$ が最小となる x の値は $x = \boxed{\text{イ}}$ であり，その最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

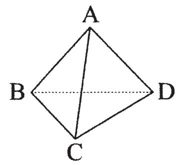
(2) 2つの自然数 m, n の最大公約数を G，最小公倍数を L とし，$G < m < n < L$ とする。

$$\begin{cases} 2\log_3 L - \log_3 G = 3 + 5\log_3 2 \\ \log_2 L + \log_2 G = 7 + 3\log_2 3 \end{cases}$$

のとき，$m = \boxed{\text{エ}}$，$n = \boxed{\text{オ}}$ である。

(3) 直線 $y = ax + b$ を ℓ とする。ただし，a, b は定数とする。直線 ℓ 上のどのような点 (x, y) に対しても，点 $(5x + 6y, x + 4y)$ もまた ℓ 上にあるとする。このとき，$(a, b) = \left(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}}\right), \left(\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}}\right)$ である。ただし，$\boxed{\text{カ}} < \boxed{\text{ク}}$ とする。

$\boxed{2}$ 右のような正四面体ABCDを考える。△BCD, △ACD, △ABD, △ABC の重心をそれぞれ E,F,G,H とすると，正四面体 EFGH ができる。



(1) 正四面体 EFGH の体積は正四面体 ABCD の体積の何倍か求めよ。

(2) 辺 AB,AC,AD,CD,DB,BC の中点をそれぞれ I,J,K,L,M,N とすると，正八面体 IJKLMN ができる。正八面体 IJKLMN の体積は正四面体 ABCD の体積の何倍か求めよ。

(3) (2) で定めた正八面体 IJKLMN の8つの面 △IJK, △IKM, △IMN, △INJ, △LJK, △LKM, △LMN, △LNJ の重心をそれぞれ P,Q,R,S,T,U,V,W とすると，立方体 PQRS-TUVW ができる。立方体 PQRS-TUVW の体積は正四面体 ABCD の体積の何倍か求めよ。

(4) (3) で定めた4点 P,Q,R,S を通る平面によって正四面体 ABCD を切り分けたとき，頂点 A,B を含む側の体積は正四面体 ABCD の体積の何倍か求めよ。

$\boxed{3}$ 3つの実数 a, b, c が $ab = 6 \cdots ①$, $a + b - c^2 = 1 \cdots ②$, $c(a - b) = 2 \cdots ③$ を満たすとする。

(1) a, b の符号を求めよ。

(2) ①,②,③ から a, b を消去し $c^2 = x$ とおけば，x はある3次方程式 $f(x) = 0$ を満たす。x^3 の係数が1であるような3次式 $f(x)$ を求めよ。

(3) (2) で求めた3次方程式 $f(x) = 0$ の正の実数解の個数を求めよ。

(4) ①,②,③ を満たす実数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。