

一般 前期
平成 27 年度
入 学 試 験 問 題

数 学

注意：答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

第1問

原点を中心とした半径 1 の円に内接する正三角形 T_1 がある. T_1 の頂点の 1 つが $A(0, 1)$ であり, T_1 の残りの頂点のうち, x 座標が負の値である方を B とする. また, T_1 を原点に関して対称移動したものを T_2 とする.

(i) 直線 AB の方程式は, である.

(ii) 直線 AB と T_2 の辺との交点のうち, x 座標の値が大きい方の座標は $(x, y) =$ である.

(iii) T_1 と T_2 が重なる部分の面積は である.

第2問

曲線 $y = x^3 - 2x \cdots$ ① と直線 $y = x + k \cdots$ ② がある.

(i) k の範囲が のとき, 曲線 ① と直線 ② は異なる 3 点を共有する.

(ii) $k > 0$ とする. 曲線 ① と直線 ② が異なる 2 点を共有するとき, 1 つは接点で, もう 1 つの共有点の x 座標は である.

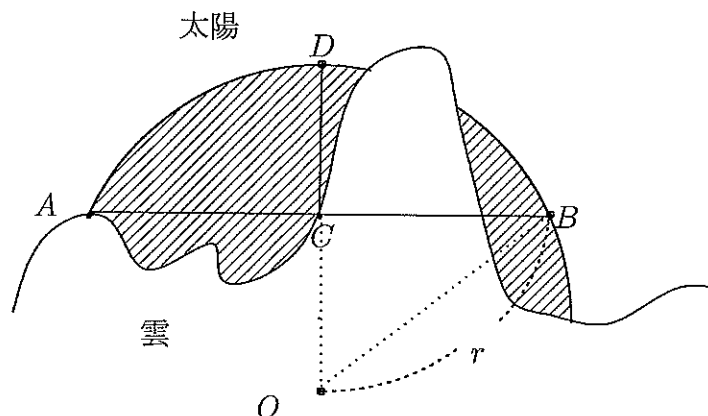


第3問

n を 3 以上の整数とする. $(x-1)^2P(x) + ax + b = x^n + x^{n-1} + \dots + x + 1$ が成り立っているとする. ただし $P(x)$ は x の整式とし, a, b は定数であるとする. この等式の左辺を微分すると (6) である. このとき $(a, b) =$ (7) である.

第4問

下図のように太陽が雲間から見えた. 観察された太陽を半径 r の円と仮定し, 図のように見えた太陽の円周上の 2 点を A, B とし, 線分 AB の中点を C , 円周上に一点 D を線分 CD と AB が互いに直交するようにとる. $AB = a, CD = c$ とおくと, r と a, c の関係を式で表わすと (8) となる. このとき r の最小値を c を用いて表わすと, (9) である. また $c < r$ の場合, 観察された太陽の中心を O とする. この円を OD を通る直径を軸に回転させてできる球において AB を通り OD に垂直な平面で 2 つの図形に分けたとき, 点 D を含む部分の体積を a, c を用いて表わすと (10) である.





第5問

$n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, 関数 $F_n(x)$ を

$$F_1(x) = \frac{1}{1+x}, \quad F_{n+1}(x) = \frac{1}{1+F_n(x)}$$

で定義する.

(i) $F_3(x)$ を求めると, $\boxed{\hspace{2cm}}$ (11) である.

次に $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, 数列 $\{p_n\}$ を

$$p_1 = 1, \quad p_2 = 1, \quad p_{n+2} = p_{n+1} + p_n$$

で定義する.

(ii) $F_n(x) = \frac{a_n + b_n x}{c_n + d_n x}$ で与えられるとき, $n \geq 2$ に対して a_n, b_n, c_n, d_n を数列 $\{p_n\}$ を用いて表すと $(a_n, b_n, c_n, d_n) = \boxed{\hspace{2cm}}$ (12) である.

(iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p_{n+1}}{p_n}$ が存在することを用いて $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(0)$ の値を求めると $\boxed{\hspace{2cm}}$ (13) である.