

自治医科大学
入学試験問題(1次)
数 学

平成28年1月25日

9時00分—10時20分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
- 2 この冊子は、9ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に受験番号上下2か所、氏名を忘れずに記入せよ。
- 5 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。
- 6 解答の記入の仕方については、次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。
- 7 この冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受験番号				
------	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び、解答用紙の該当する記号を塗りつぶせ。

1 整式 $2x^3 + ax^2 + bx - 4$ が、 $2x + 1$ および $x - 4$ で割り切れるとき、 $|a - b|$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

2 関数 $y = 4^x + 4^{-x} - 2^{x+1} - 2^{1-x}$ は、 $x = a$ のとき最小値 b をとる。
 $|a + b|$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

3 実数 m, n は、 $m + n = 17$ を満たす。 $2^m + 4^n$ を最小にする m, n の値をそれぞれ a, b とするとき、 $\left| \frac{96a}{35b} \right|$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

4 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ で, $6 \sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$ が成立しているとき,
- $13(\sin 2x + \cos 2x)$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

5 関数 $y = 4(\cos 2x - \cos x) + 7 \sin^2 x + 3 \cos^2 x$ について, 最大値を M , 最小値を m としたとき, $|M - m|$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

6 整数 n は, $1 \leq n \leq 100$ を満たす。 $n, n + 2, n + 4$ がすべて素数となる整数 n は, 何個あるか。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

7 不等式 $2|x| + 3|y| \leq 30$ の表す領域における点の座標を (a, b) とする。 a, b ともに整数となる点の個数を p としたとき、
 $n < \frac{p}{100} < n + 1$ となる自然数 n の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

8 a, b, c, d, e, f はすべて自然数とする ($a > b > c > d > e > f$)。
 $a + f = b + e = c + d = 16$ を満たす a, b, c, d, e, f の組 (a, b, c, d, e, f) の個数を N とする。 $\frac{N}{7}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

9 複素数 z は、 $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 + z^7 + z^8 + z^9 = 0$ を満たす。
 $\frac{|z - 2|^2 + |z + 2|^2}{5}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

10 点 z は複素数とする。点 z は、原点 O を中心とする半径 1 の円上を動く。

$w = \frac{6z-1}{2z-1}$ としたとき、 $|w|$ の最大値を M 、最小値を m とする。

$3(M-m)$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

11 不等式 $\sqrt{ax+b} > x-2$ ($a \neq 0$) を満たす x の範囲が、 $3 < x < 6$ となるとき、 $|a+b|$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

12 円 $C: (x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$ と直線 $l: y = 2x - 7$ について考える。円 C と直線 l は、異なる 2 つの点 A 、 B で交わる。線分 AB の長さを m とするとき、 $\sqrt{5}m$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

13 原点 $O(0, 0)$, 点 $A(6, 8)$, 点 $B(21, 0)$ を頂点とする $\triangle OAB$ について考える。 $\triangle OAB$ の内接円の中心の座標を (p, q) とする。 $\left| \frac{2p}{q} \right|$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

14 3つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ は, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 7$ を満たす。 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

15 $\triangle ABC$ において, 辺 BC を $1 : 2$ に内分する点を P , 辺 CA を $2 : 3$ に内分する点を Q とする。線分 AP と線分 BQ の交点を S とし, 直線 CS と辺 AB の交点を R とする。線分 AR の長さが線分 AB の長さの m 倍となるとき, $4m$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

16 数列 $\{a_n\}$ は、初項が 1、公比 2 の等比数列であるとする。 $S = \sum_{n=1}^{101} a_n$ としたとき、 $S + 1$ は、 $(30 + b)$ 桁の整数になる。 b の値を求めよ。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

17 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。 $S_n = 5 - 2n - 2a_n$ であるとき、 $\left| \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \right|$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

18 7 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 を使用してできる全ての 4 桁の整数の個数を N 、その 4 桁の整数のうち、両端が奇数であるものの個数を M とする。 $\frac{N}{M}$ の値を求めよ。ただし、同じ数字は 2 度以上使わないものとする。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

19 1個のサイコロを28回続けて投げる反復試行において、5の目が

r 回 ($0 \leq r \leq 28$) 出る確率を $P(r)$ とする。 $P(r)$ を最大にする r の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

20 初項1, 公比 $x(1-x)$ の無限等比級数が収束するための x のとりうる範囲は,

$a < x < b$ となる。 $5|a+b|$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

21 関数 $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 + 2}$ ($a \neq 0$) (a, b, c は実数) は, $x = -2$ で極小値 $\frac{1}{2}$ をとり, $x = 1$ で極大値2をとる。 $|a+b-c|$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

22 関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) と

関数 $g(x) = px^3 + qx^2 + rx + s$ ($p \neq 0$) について考える

(a, b, c, d, p, q, r, s は実数)。

$f(x) + 3g(x) = -x^2$, $f'(x) + g'(x) = 2x^2 - 4$, $g(0) = 1$ が全て成立しているとき, $|2aq|$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

23 曲線 $C1 : y = x(x - a)(x - a - 1)$ と曲線 $C2 : y = x(x - a)$ について考える。

$C1$ と $C2$ で囲まれたすべての図形の面積を S_1 とし, $0 \leq x \leq a$ で $C1$ と

$C2$ によって囲まれた図形の面積を S_2 とする。 $\frac{S_1}{S_2} = 2$ となるとき, a の値を求めよ。ただし, a は正の実数とする。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

24 曲線 $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$ ($1 \leq x \leq 2$) の長さを L とする。 $\frac{72}{59}L$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | リ | 9 |

25 定積分 $\frac{16}{\pi} \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | リ | 9 |