自治医科大学

入　学　試　験　問　題（1次）

数　　　学

平成25年1月28日　　　　　9時00分―10時20分

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。

2　この冊子は，9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用せよ。

4　解答用紙の指定欄に受験番号，氏名を忘れずに記入せよ。

5　解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。

6　解答の記入の仕方については，次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。

7　この冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

No.					

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 $x^6+2x^5+4x^4+ax^3+bx^2+8x+6$ が x^3+2 で割り切れるとき，$a+b$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 $8 \times 10^{\log_{\frac{1}{10}} 2}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 47^{100} は168桁の整数である。47^{17} の桁数を$(20+n)$で表すとき，n の値を求めよ。ただし，n は自然数とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4 $\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}\,i}{2}$，$(i^2 = -1)$のとき，$\omega^{20}+\omega^{19}+\omega^{8}+\omega^{6}+\omega^{4}+\omega^{3}$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

5 三角形ABCにおいて∠A，∠B，∠Cの大きさをそれぞれ，A，B，Cとし，辺BC，CA，ABの長さをそれぞれ，２，３，４とする。
$\dfrac{\sqrt{15}}{\tan A}$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

6 $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ $\left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$のとき，
$\dfrac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta} + \dfrac{\sin^2\theta - \cos^2\theta}{1+2\sin\theta\cos\theta} + \dfrac{\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta}$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

7 $10\cos^2\theta - 24\sin\theta\cos\theta - 5 = 0$ のとき，$|\tan\theta|$ の値を求めよ。
ただし，$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 曲線 C：$y = |x^2 - 9| - 4x$ と直線 L：$y = k$（k は実数）が，すべて異なる 4 つの交点をもつとき，k のとりうる範囲は，$m < k < M$ となる。$M - m$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 m，n（$n > 0$）は整数とする。$m^2 - 6m + 1 + 2n = 0$ をみたす整数の組（m，n）は，何個あるか。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 $x^2+(5-m)x-2m+7=0$ が虚数解をもつように，整数 m を定めたとき，m の最大値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 $x^2-4xy+5y^2+6x-14y+15$（x，y は実数）の最小値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 円C1：$x^2+y^2+2x-4y-3=0$，円C2：$x^2+y^2-4x-2y-1=0$ について考える。円C1と円C2の2つの異なる交点と原点を通る円の方程式を $x^2+y^2+ax+by+c=0$ とするとき，$b-c-a$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 点(1，1)から，円C：$x^2+y^2-6x+8=0$ に2本の異なる接線をひくとき，2つの接点の座標を，それぞれ$(a,\ b)$，$(c,\ d)$とする。ただし，$a>c$ である。$-\dfrac{11bd}{ac}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

14 3点A(1，4)，B(－2，1)，C(4，2)を頂点とする三角形ABCの外心の座標を$(p,\ q)$としたとき，$10(p-q)$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

15 円C：$x^2+y^2-4x-5=0$，直線L：$y=2x+k$ について考える(kは正の実数定数)。円Cと直線Lは，異なる2点P，Qで交わる。線分PQの長さが4となるとき，kの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

16 円C：$x^2+y^2-15x-10y+50=0$，直線L：$y=mx$（mは正の実数）について考える。円Cと直線Lは，異なる2つの点P$(p,\ mp)$，Q$(q,\ mq)$ $(q>p)$で交わることとする。円Cとx軸は，異なる2つの点R，Sで交わる（R，Sのうち，原点に近い点をSとする）。線分QRの長さが，線分PSの長さの2倍となるとき，$\dfrac{13mp}{12}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

17 赤いカードが6枚，白いカードが2枚入っている箱の中から，カード1枚取り出し，色を記録してから，取り出したカードをもとの箱に戻すことを10回続けて行うこととする。8回以上赤いカードが出る確率をp，8回以上白いカードが出る確率をqとしたとき，$\dfrac{109p}{7q}\times3^{-8}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

18 箱の中に赤いカード6枚，白いカード5枚，黒いカード4枚が入っている。この箱の中から4枚のカードを同時に取り出すとき，2枚だけが同色で，残りの2枚はそれぞれ異なる色となる確率をpとする。

$\dfrac{91p}{6}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

19 大小2個のサイコロを同時に投げるとき，出た目の積が5の倍数になる確率をpとし，出た目の和が5の倍数になる確率をqとする。$\dfrac{1}{p-q}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

20 放物線：$y=x^2-6x+5$と直線：$y=k(-4<k<0)$（kは実数）との2つの異なる交点をA，Bとする。A，Bと点C(3，0)で作られる三角形ABCの面積の最大値をMとするとき，$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}M$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

21 放物線C：$y=x^2-x+2$と直線L：$y=-5x-a$が点$(b,\ c)$で接するとき，$a+b+c$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

22 関数$f(x)=\int_1^x (t^2-t-6)\,dt$の極大値を$p$，極小値を$q$とする。
$(pq+100)$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

23 9つの辺の長さの総和が9である正三角柱(底面が正三角形である三角柱)の体積をVとする。各辺の長さが変化するとき，Vの最大値をMとする。
$\dfrac{12}{\sqrt{3}}M$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

24 曲線C1：$y = x^3 + 5x^2 + 9x + 9$，曲線C2：$y = -2x^2 + ax + b$について考える。曲線C1と曲線C2は点P(1，24)で接する。曲線C2とx軸で囲まれる面積をSとする。

$\dfrac{9S}{13^3}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

25 曲線C1：$y = -x^2 + 2x - 3$と曲線C2：$y = -x^2 + 8x - 21$の両方に接する直線をLとする。曲線C1と曲線C2と直線Lで囲まれる部分の面積をSとする。$4S$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9