自治医科大学

入　学　試　験　問　題（1次）

数　　　学

平成24年1月23日　　　　9時00分—10時20分

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。

2　この冊子は，9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用せよ。

4　解答用紙の指定欄に受験番号，氏名を忘れずに記入せよ。

5　解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。

6　解答の記入の仕方については，次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。

7　この冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

No.					

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\right)$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 $(a^3+4a^2b-ab^2+3b^3)(-a^4+2a^3b+3a^2b^2+b^4)$を展開するとき，$a^4b^3$の係数の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 等式 $\dfrac{4}{1-x^4}=\dfrac{\mathrm{A}}{1-x}+\dfrac{\mathrm{B}}{1+x}+\dfrac{\mathrm{C}}{1+x^2}$ がxについての恒等式となるように，定数A，B，Cを定める。定数Cの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4　連続する3つの自然数 n, $n+1$, $n+2$ について考える。
$n^2+(n+1)^2+(n+2)^2=245$ となるとき，n の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

5　方程式 $\log_2(x-5)=\log_4(x-3)$ を解け。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

6　方程式 $25^x-50\cdot 5^{x-2}+1=0$ を解け。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

7　$\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$，$\sin\beta = \dfrac{4}{5}$　$\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2} < \beta < \pi\right)$のとき，$\cos(\alpha+\beta) = \gamma$ となる。$25(\gamma+1)$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

8　$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$のとき，$-\dfrac{8}{13}\left(\tan^3\theta + \dfrac{1}{\tan^3\theta}\right)$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

9　関数$y = 2\cos\theta - \sin^2\theta$　$(0 \leqq \theta < 2\pi)$の最大値をM，最小値をmとする。(M + m)の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

10 x，yが3つの不等式：$2x+y \geqq 0$，$x+2y \leqq 6$，$4x-y \leqq 6$を満たすとき，$y-x$の最大値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 放物線C：$y=ax^2+bx+c$（a，b，cは実数，$a \neq 0$）について考える。Cをx軸方向に4，y軸方向に-2，それぞれ平行移動させると，$y=x^2-6x+4$に重なる。bの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 放物線C：$y=x^2-2$と直線L：$y=\mathrm{m}(2x-3)$（mは実数）について考える。CとLが相異なる2点で交わるとき，mのとり得る値の範囲は，$\mathrm{m}<a$，$\mathrm{m}>b$（$a<b$）となる。bの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 三角形ABCにおいて，頂点の座標を，A(6，−5)，B(−4，−1)，C(a，b)とする。この三角形ABCの重心の座標が(4，1)となるとき，($a-b$)の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

14 辺BC，CA，ABのそれぞれの長さが，2，6，6となる三角形ABCについて考える。この三角形ABCの内接円の半径をr，外接円の半径をRとしたとき，$\dfrac{18r}{R}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

15 辺BC，CA，ABのそれぞれの長さが，6，5，7となる三角形ABCについて考える。∠Aの二等分線と辺BCの交点をDとし，線分ADの長さをLとするとき，$\dfrac{12\mathrm{L}}{\sqrt{105}}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

16 円C：$x^2 + y^2 + 2x - 6y + k = 0$について考える。原点OからCに引いた2本の接線が直交するとき，kの値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

17 直線：$2x - y + 3 = 0$と円：$x^2 + y^2 + 10x - 2y + 10 = 0$との相異なる2つの交点をA，Bとする。線分ABの長さをaとするとき，$\sqrt{5}a$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

18 2直線：$4x + 3y - 14 = 0$，$x - 3y - 11 = 0$の交点を通り，
直線：$x - y + 4 = 0$と直交する直線を$ax + y - b = 0$（a，bは実数）とする。
$(a + b)$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

19 箱の中に赤玉 10 個と白玉 90 個が入っている。この箱から 4 個の玉を同時に取り出すこととする。1 個が赤玉で 3 個が白玉である確率を p とすると，

$\dfrac{1}{n+1} < p < \dfrac{1}{n}$ （n は自然数）の関係が成立する。n の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

20 大小 2 つのサイコロを同時に投げる試行について考える。出た目の積が偶数になる場合が m 通り，出た目の積が 4 の倍数になる場合が n 通りであるとする。

$\dfrac{m-n}{6}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

21 箱の中に 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10 の数字が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。箱の中から，カードを同時に 3 枚取り出すとき，3 枚のカードのなかで最大の値が 6 となる確率を p とする。$\dfrac{1}{2p}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

22 関数：$f(x) = x^3 - 9x^2 + 3x$ は，$x = a$ で極大値をとり，$x = b$ で極小値をとるものとする（a，b は実数）。$(a + b)$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

23 曲線：$y = x^3 + 6x^2 + 6x - 2$ において，傾きが 6 となる接線は 2 つ存在する。2 つの接線を $y = 6x + a$，$y = 6x + b$ と表記するとき，$\dfrac{a + b}{4}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

24 2つの曲線C1：$f(x)=x^3+3x^2$，C2：$g(x)=x^3+3x^2+c$（$c>0$，cは実数定数)について考える。点P(p，$f(p)$)におけるC1の接線と点Q(q，$g(q)$)におけるC2の接線が一致するとき($p \neq q$)，$c=-\mathrm{A}(p+1)^3$と表記される。Aの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

25 放物線：$y=-2x^2+3x-1$とx軸で囲まれる部分の面積をSとする。
24Sの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9