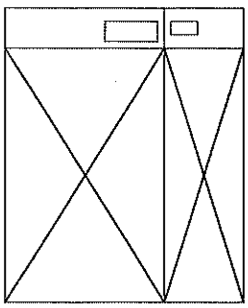
産業医科大学

平成30年度入学試験問題（一般入試）

理　　　　　科

注　意

1. 問題冊子は，指示があるまで開かないこと。
2. 問題文は，物理：1～8ページ，化学：9～14ページ，生物：15～22ページである。
3. 解答紙は計3枚で，物理：1枚，化学：1枚，生物：1枚である。
4. 解答開始前に，試験監督者の指示にしたがって，選択しない科目も含めすべての解答紙それぞれ2カ所に受験番号を記入すること。
5. 試験監督者の指示にしたがって，選択しない科目の解答紙に下記のように╳印を大きく2カ所記入すること。



6. 「始め」の合図があったら，問題冊子のページ数を確認すること。
7. 解答は，黒色鉛筆（シャープペンシルも可）を使用し，すべて所定の欄に丁寧な字で正確に記入すること。英文字，ギリシャ文字は大文字・小文字の区別をすること。欄外および裏面には記入しないこと。
8. 下書き等は，問題冊子の余白を利用すること。
9. 試験終了後，監督者の指示にしたがって，解答紙を物理，化学，生物の順番にそろえること。
10. 解答紙は持ち帰らないこと。

問題訂正

６ページ
物理〔３〕

本文下から４行目

誤　・・・$+g(V_x, V_y,$　・・・

正　・・・$+\underline{\underline{g}}(V_x, V_y,$　・・・

13ページ
化学〔３〕

本文　４行目
②　１行目
③　１行目　（計　３箇所）

誤　・・・$AgNO_3$を滴下・・・

正　・・・$AgNO_3$<u>水溶液</u>を滴下・・

物　　　理

〔1〕 以下の設問(1)~(7)に答えなさい。

シリンダーとなめらかに動くピストンからなる，熱容量が無視できる密封容器に，ある気体が封入されている。体積と絶対温度をそれぞれ V〔m^3〕および T〔K〕とすれば，この気体については，内部エネルギー U〔J〕は $U = \sigma T^4 V$，圧力 P〔Pa〕は $P = \sigma \dfrac{T^4}{3}$ と書くことができる。σ は定数である。この気体は容器をとおして外部の熱源と熱量の受け渡しができ，断熱過程においては $PV^{\frac{4}{3}} =$ 一定をみたす。

初期状態として圧力と体積が状態 A（P_A〔Pa〕，V_A〔m^3〕）にあるとしよう。

状態 A から等温過程を経て状態 B に変わった。状態 B の体積は V_B〔m^3〕（$V_A < V_B$）であった。

(1) 図1の道筋（ア）から（オ）のうち，状態 A から状態 B への等温過程を表しているのはどれか。記号で答えなさい。

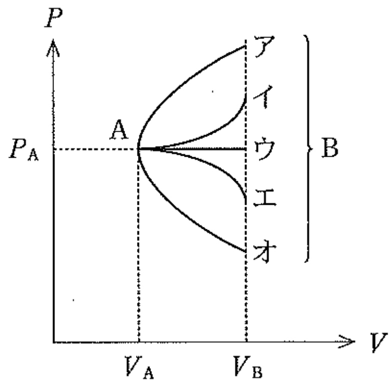


図1

(2) 等温過程 A→B でこの気体が外に対してなした仕事はいくらか。与えられた記号を用いて表しなさい。

(3) 等温過程 A→B で出入りした熱量は設問(2)で求めた仕事の何倍か。熱を吸収する場合を正とする。

つぎに，状態 B から断熱過程を経て状態 C（体積 V_C〔m^3〕，ただし $V_B < V_C$）に変えた。さらに状態 C から等温過程を経て状態 D（体積 V_D〔m^3〕，ただし $V_D < V_C$）に変化させた後，状態 D から断熱過程を経て状態 A に戻した。サイクル A→B→C→D→A において，等温過程 A→B における温度を T_A〔K〕，等温過程 C→D における温度を T_C〔K〕とする。

(4) 体積の差 $V_C - V_D$ は $V_B - V_A$ の何倍か。T_A と T_C を用いて表しなさい。

(5) 状態Cでの圧力を P_C〔Pa〕としよう。等温過程 C→D で出入りした熱量はいくらか。P_C, V_C, V_D を用いて表しなさい(熱を吸収する場合を正とする)。

(6) 等温過程 A→B で出入りした熱量を Q_{AB}〔J〕, 等温過程 C→D で出入りした熱量を Q_{CD}〔J〕とする。$\dfrac{Q_{AB}}{T_A} + \dfrac{Q_{CD}}{T_C}$ を求めなさい(熱を吸収する場合を正とする)。

(7) ある過程において, 出入りした熱量が q〔J〕, 温度が T〔K〕のとき, $\dfrac{q}{T}$ だけ変化する物理量 S〔J/K〕を考えよう(熱を吸収する場合を正とする)。たとえば等温過程 A→B では, S は $\dfrac{Q_{AB}}{T_A}$〔J/K〕変化する。縦軸に温度 T〔K〕, 横軸に S〔J/K〕をとるとき, サイクル A→B→C→D→A を示す図は図2の中のどれか。記号で答えなさい。

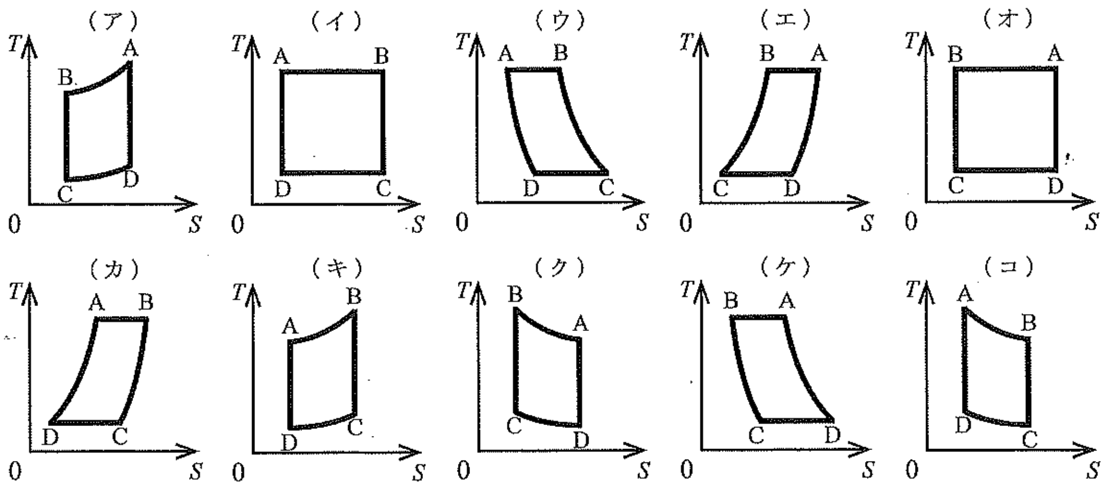


図2

〔2〕 以下の設問(1)~(4)に答えなさい。

図3のように電圧 V_0〔V〕の直流電源に極板の面積が S〔m^2〕，極板間隔 d〔m〕の平行板コンデンサーAが接続されている。

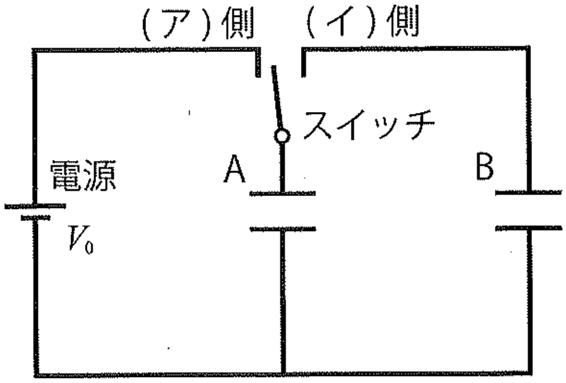


図3

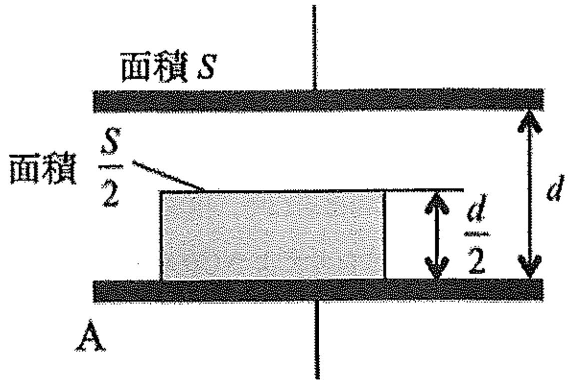


図4

誘電率のわからない誘電体がある。形状は平板状で，上面と底面は面積が $\frac{S}{2}$〔m^2〕，厚さが $\frac{d}{2}$〔m〕である。この誘電体をコンデンサーAの極板の間に差し込む。図4のように誘電体の上面と底面はコンデンサーAの極板と平行であり誘電体は極板からはみ出ることなく完全に差し込まれた。この誘電体の比誘電率を k としよう。また，誘電体が差し込まれたコンデンサーAの静電容量を C'〔F〕，何も差し込まれていない状態でのコンデンサーAの静電容量を C〔F〕とする。

(1) C' と C の比 $\frac{C'}{C}$ を k で表しなさい。

この誘電体を差し込んだ状態で図3のスイッチを(ア)側に接続し充電する。じゅうぶん時間が経った後，スイッチを(ア)側から(イ)側に切り替える。(イ)側にはコンデンサーAと同じ面積 S〔m^2〕，間隔 d〔m〕の平行板コンデンサーBが接続されている。Bの極板間には何も入っていない。スイッチを(イ)側に切り替えてからじゅうぶん時間が経った後，このコンデンサーBの極板間にかかる電圧は V〔V〕であった。$\frac{V}{V_0} = m$ とする。

(2) $m = 0.58$ であった。誘電体の比誘電率 k はいくらか。小数第一位まで求めなさい。

この誘電体をコンデンサーAに差し込み，上記の手順で測定(スイッチを(ア)側に接続して，じゅうぶん時間をかけて充電したのち(イ)側に切り替え，さらにじゅうぶん時間が経った後にコンデンサーBの電圧を測定)したときのコンデンサーBの電圧と電源電圧の比 m は0.58である。ところが，同じ手順で測定したにもかかわらず，若松さんが測定すると $m = 0.60$，戸畑さんが測定すると $m = 0.50$，小倉さんが測定すると $m = 0.42$，門司さんが測定すると $m = 0.40$ になってしまった。

(3) 次の(i)から(iv)のミスをしてしまった人は若松さん，戸畑さん，小倉さん，または門司さんの中の誰かをそれぞれ答えなさい。解答は解答欄の若松，戸畑，小倉，門司のうち該当するものを塗りつぶしなさい。

(i) この誘電体をコンデンサーAではなくコンデンサーBに差し込んで測定してしまった。

(ii) この誘電体と間違えてまったく同じ形状(平板状で上面と底面は面積が $\frac{S}{2}$〔m^2〕，厚さが $\frac{d}{2}$〔m〕)の金属導体をコンデンサーAに差し込んで測定してしまった。

(iii) この誘電体と間違えてまったく同じ形状(平板状で上面と底面は面積が $\frac{S}{2}$〔m^2〕，厚さが $\frac{d}{2}$〔m〕)の金属導体をコンデンサーBに差し込んで測定してしまった(Aの極板間には何も入っていない)。

(iv) コンデンサーAにもコンデンサーBにも何も差し込まずに測定してしまった。

次にAとBに何も入っていない状態から，ある形状の誘電体試料をコンデンサーAに差し込み，上記の手順に従って測定を行った。測定終了後，この誘電体試料をAから引き抜く。誘電体が差し込まれた状態でのコンデンサーAの静電容量 C''〔F〕と，何も差し込まれていないときの静電容量 C〔F〕との比 $\frac{C''}{C}$ を Z とする。

(4) 次の二つの状況(I)と(II)を考えよう。

(I) スイッチを(イ)側につないだまま引き抜く

(II) スイッチを(イ)側から切り離し，(ア)側にも(イ)側にもつながっていない状態で引き抜く

それぞれの状況において，次の設問4－1および4－2に答えなさい。

4―1．引き抜くときの仕事は $\frac{C}{2}V_0{}^2 \times \frac{(Z-1)^{\alpha}Z^{\beta}}{\gamma(Z+1)^{\delta}}$ であった。α，β，γ，δ を数字で答えなさい。

4―2．Z がある条件を満たしている場合には，誘電体を引き抜いた後，スイッチを(ア)側に接続しても回路に電流が流れない。この条件を求めなさい。

〔3〕 以下の文章の $\boxed{}$ に数字または表1から適した式を選び記号で答えなさい。ただし，$\boxed{\text{な}}$ については図7の中から適当なグラフを選び記号で答えなさい。

2種類の質量の異なる気体分子Aと気体分子Bが容器に閉じ込められている。それぞれの質量はMおよびmである。気体分子は質点と見なし分子間の引力・反発力などは考えない。分子は同じ確率でいろいろな速さを持ってあらゆる方向にランダム運動しており容器の壁と弾性衝突する。容器の壁と分子の間にエネルギーのやりとりはない。

表1（同じ記号を何度選んでもよい）

(ア) M	(イ) m	(ウ) Mm	(エ) M^2m	(オ) Mm^2
(カ) $(M+m)$	(キ) $(M-m)$	(ク) $(m-M)$	(ケ) $(M+m)^2$	
(コ) $(M-m)^2$	(サ) (M^2+m^2)	(シ) (M^2-m^2)	(ス) (m^2-M^2)	

設定1　容器に分子Aおよび分子Bが一つずつ入っている。図5のようにAとBが運動しており点Iでの弾性衝突を考えよう。容器の外で静止している人（以後，観測者と呼ぶ）から見たAとBの速度をそれぞれ$\vec{V}$および$\vec{v}$，AとBの重心をGとする。AとBを結ぶ直線をx軸，AとBが運動する平面上でx軸に垂直にy軸をとる。AとBの衝突前におけるx軸方向の速度成分をそれぞれV_xとv_x，y軸方向の成分をV_yとv_yとする。同時刻にAとBが衝突点Iに達するという条件から$V_y = v_y$である。

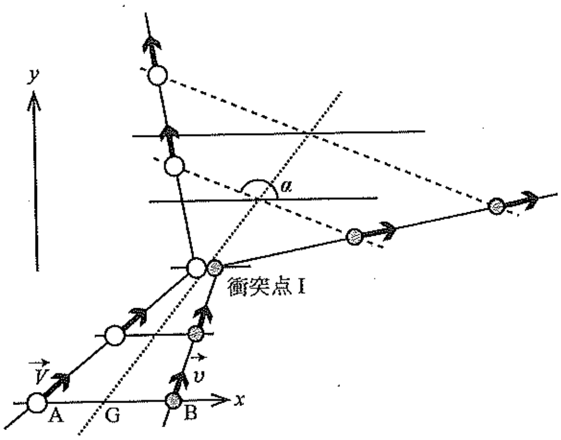


図5．観測者から見た衝突前後の分子AとBの運動

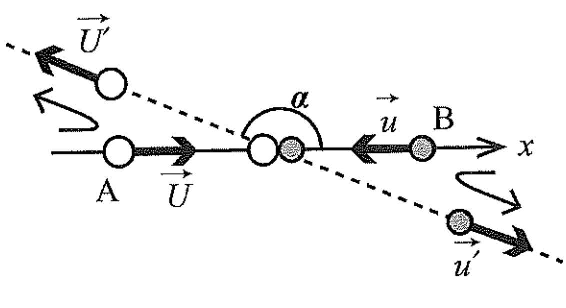


図6．重心から見た衝突前後の分子AとBの運動

ある時刻におけるAとBの距離をLとする。

・この時AからGまでの距離$\overline{\mathrm{AG}}$は$\dfrac{\boxed{\text{い}}}{\boxed{\text{ろ}}}\times L$である。

・観測者から見たGの速度のx成分をc_xとする。AとGの相対速度は$V_x - c_x$であるので，AとGがIで一致するまでの時間t_{AG}は$\dfrac{\overline{\mathrm{AG}}}{V_x - c_x}$である。$t_{\mathrm{AG}}$はGとBがIで一致するまでの時間と等しい。よって$c_x = \dfrac{\boxed{\text{は}}}{\boxed{\text{に}}}V_x + \dfrac{\boxed{\text{ほ}}}{\boxed{\text{へ}}}v_x$である。

図6のように衝突前AとBは重心Gに向かって直線上(x軸上)を運動する。Gから見たAとBの速度を$\vec{U}$および$\vec{u}$としよう。$\vec{U}$および$\vec{u}$のx成分は$V_x - c_x$および$v_x - c_x$であり，y成分はともに0である。

・Gから見たAの運動量$M\vec{U}$のx成分は$\dfrac{\boxed{\text{と}}}{\boxed{\text{ち}}}(V_x - v_x)$，Bの運動量$m\vec{u}$の$x$成分は$\dfrac{\boxed{\text{り}}}{\boxed{\text{ぬ}}}(v_x - V_x)$である。

衝突後AとBは，Gにおいてx軸に対して角度αで交わる直線上をGから見てそれぞれ速度$\vec{U'}$および$\vec{u'}$で運動した(図6)。

・重心から見た衝突前後の運動量の保存則$M\vec{U} + m\vec{u} = M\vec{U'} + m\vec{u'}$およびエネルギーの保存則$\dfrac{M}{2}|\vec{U}|^2 + \dfrac{m}{2}|\vec{u}|^2 = \dfrac{M}{2}|\vec{U'}|^2 + \dfrac{m}{2}|\vec{u'}|^2$より，$|\vec{U'}| = \boxed{\text{る}}\ |\vec{U}| + \boxed{\text{を}}\ |\vec{u}|$である。

この結果をもとに，観測者から見た分子Aの運動エネルギーE_{A}の変化を求めよう。

・観測者から見た衝突後の分子Aの速度は，x成分が$|\vec{U'}|\cos\alpha + c_x$，$y$成分が$|\vec{U'}|\sin\alpha + V_y$なので一回の衝突によるAの運動エネルギーの変化$\Delta E_{\mathrm{A}}$は

$$\Delta E_{\mathrm{A}} = \frac{M}{2}\{(|\vec{U'}|\cos\alpha + c_x)^2 + (|\vec{U'}|\sin\alpha + V_y)^2\} - \frac{M}{2}(V_x{}^2 + V_y{}^2)$$

$$= 2\frac{\boxed{\text{わ}}}{\boxed{\text{か}}}\times\left(\frac{\boxed{\text{よ}}}{2}v_x{}^2 - \frac{\boxed{\text{た}}}{2}V_x{}^2 - \frac{\boxed{\text{れ}}}{2}V_x v_x\right) +$$

$$f(V_x,\ v_x)\cos\alpha + g(V_x,\ V_y,\ v_x)\sin\alpha \quad \cdots\cdots(1)$$

と書くことができる。

ここで，$f(V_x,\ v_x) = \dfrac{Mm}{(M+m)^2}|V_x - v_x|(MV_x + mv_x)$，

$g(V_x,\ V_y,\ v_x) = \dfrac{Mm}{(M+m)}|V_x - v_x|V_y$である。

設定2　分子Aが1つ入っている容器に分子Bが多数入っている。分子AがBと1回弾性衝突することによる運動エネルギーの変化ΔE_Aは式(1)により与えられる。分子Aがある速度を持っているとき，Bの速度が全て同じならΔE_Aはある決まった値になるが，分子Bの速度はランダムに分布しているため，その速度に応じてΔE_Aは様々な値をとる。そこで，ランダムな速度分布を持っている分子Bの衝突による分子Aの運動エネルギー変化ΔE_Aの平均値を求めよう。

AとBをむすぶ方向の分子Aの速度成分(設定1でのx成分)をV_xとする。あるV_xに対して分子Bの速度が$\vec{v}_k$のときの分子Aの運動エネルギー変化を$\Delta E_A(\vec{v}_k)$と書こう。N通りの$\vec{v}_k$($k=1$，…，N)を考えたとき，分子Bが速度$\vec{v}_1$，…，$\vec{v}_N$で分子Aに衝突する確率は全て等しいと仮定すれば，ΔE_Aの平均値を

$\overline{\Delta E_A} = \dfrac{\Delta E_A(\vec{v}_1) + \Delta E_A(\vec{v}_2) + \cdots + \Delta E_A(\vec{v}_N)}{N}$とすることができる。これは式(1)より，

$$2\frac{\boxed{わ}}{\boxed{か}}\times\left(\frac{\boxed{よ}}{2}\frac{\sum_{k=1}^{N} v_{k,x}{}^2}{N} - \frac{\boxed{た}}{2}\frac{\sum_{k=1}^{N} V_x{}^2}{N} - \frac{\boxed{れ}}{2}\frac{\sum_{k=1}^{N} V_x v_{k,x}}{N}\right) + \frac{\sum_{k=1}^{N}(f_k\cos\alpha_k + g_k\sin\alpha_k)}{N}$$

となる。ここで$v_{k,x}$は，衝突前の分子Bの速度が$\vec{v}_k$であるときのAとBをむすぶ方向の分子Bの速度成分である。また，$f_k = f(V_x,\ v_{k,x})$，$g_k = g(V_x,\ V_y,\ v_{k,x})$，$\alpha_k$は衝突前の分子Bの速度が$\vec{v}_k$の時の衝突後の運動方向を示す角度である。

まず，分子Bの運動はどの方向にも均等で偏りがないので，$\dfrac{\sum_{k=1}^{N} v_{k,x}{}^2}{N}$は全ての分子Bについての速さの2乗の平均$\bar{v}^2$を使って$\dfrac{\bar{v}^2}{\boxed{そ}}$と置き換えることができる。また，$\dfrac{\sum_{k=1}^{N} V_x{}^2}{N} = \dfrac{NV_x{}^2}{N} = V_x{}^2$である。分子Aの運動もどの方向にも均等なので，$V_x{}^2$は分子Aの速さの2乗$V^2$を使って$\dfrac{V^2}{3}$で置き換えてもよいだろう。次に，分子Bはランダムな速度分布を持っているため，そのx成分$v_{k,x}$の分布もランダムであり，ある速度成分に対して同じ大きさで符号が反対の速度成分も存在するはずなので，その総和$\sum_{k=1}^{N} v_{k,x} = 0$と考えることができる。すなわち，$\sum_{k=1}^{N} V_x v_{k,x} = V_x\sum_{k=1}^{N} v_{k,x} = 0$である。さらに，角度$\alpha_k$はAとBの衝突前の速度に依存せずランダムであるとすれば$\sum_{k=1}^{N} f_k\cos\alpha_k = \sum_{k=1}^{N} g_k\sin\alpha_k = 0$とすることができる。以上を考慮すれば，

$\overline{\Delta E_A} = \dfrac{2}{\boxed{そ}}\times\dfrac{\boxed{わ}}{\boxed{か}}\times\left(\dfrac{\boxed{つ}}{2}\bar{v}^2 - \dfrac{\boxed{ね}}{2}V^2\right)$となる。

以上より，もし時刻0で観測者から見た分子Aの運動エネルギーE_Aが分子Bの運動エネルギーの平均値$\overline{E}_B=\dfrac{m}{2}\overline{v}^2$よりも大きいとき，$E_A$と$\overline{E}_B$のその後の時間変化を表したグラフは図7の $\boxed{\quad な \quad}$ のようになることが期待される。

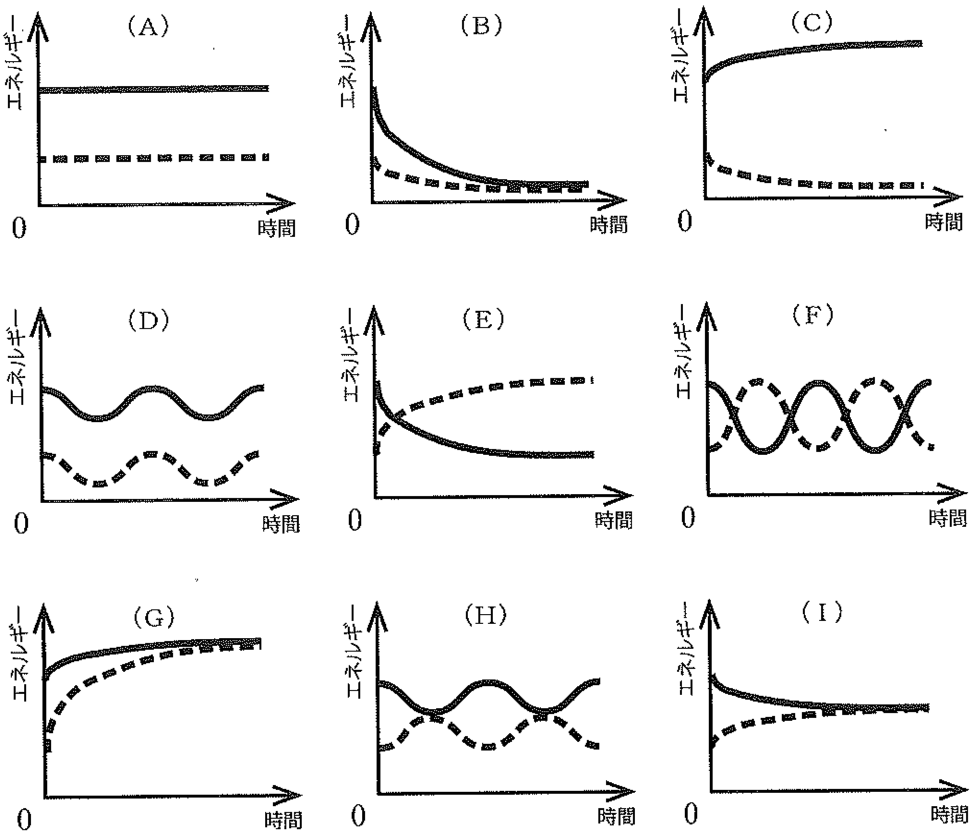


図7．分子Aの運動エネルギーE_Aと分子Bの運動エネルギーの平均値$\overline{E}_B$の時間変化。縦軸は運動エネルギー，横軸は時間である。実線と破線はそれぞれE_Aと$\overline{E}_B$をあらわしている。