産業医科大学

平成28年度入学試験問題（一般入試）

数　　学

注　意

1. 問題冊子は6ページ，解答紙は2枚である。問題冊子は，指示があるまで開かないこと。
2. 解答開始前に，試験監督者の指示にしたがって，すべての解答紙それぞれ2ケ所に受験番号を記入すること。
3. 「始め」の合図があったら，問題冊子のページ数を確認すること。
4. 解答は，黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し，すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後，監督者の指示に従って，解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は，問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

1 空欄にあてはまる適切な数，式，記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 複素数 $\alpha = \sqrt{3} - i$，$\beta = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i$，$\gamma = k + ki$（$k$ は実数）に対して，複素数 $(\alpha\beta)^{-10}$ の偏角は **ア** である。ただし $0 \leqq \arg(\alpha\beta)^{-10} < 2\pi$ とする。複素数 γ が表す点を中心として複素数 α が表す点を $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転した点の表す複素数が $\alpha\beta$ になるような実数 k の値は **イ** である。

(2) 次の表は，5人の学生に10点満点の2種類のテストを行った得点 x（点）と y（点）の結果である。

学生の番号	1	2	3	4	5
x	4	5	3	6	2
y	8	4	6	3	9

2つの変量 x，y の共分散の値は **ウ** である。

(3) $0 < x < y < z$ である整数 x，y，z が方程式 $xyz = xy + yz + zx$ を満たしている。このとき $x + y + z$ の値は **エ** である。

(4) $\sin 18^\circ + \cos 36^\circ$ の値は **オ** である。

(5) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 1$，$a_{n+1} = 2a_n + 1$（$n = 1, 2, 3, \cdots$）を満たすとする。a_n がはじめて 100000 を超えるような自然数 n の値は **カ** である。ただし，$0.3 < \log_{10} 2 < 0.31$ とする。

(6) ある製品を製造する4つの機械X，Y，Z，Wがあり，Xの製品には1％，Yの製品には2％，Zの製品には1％，Wの製品には2％の不良品がそれぞれ含まれている。Xの製品200個とYの製品300個とZの製品300個とWの製品200個を混ぜた中から1個を選び出す。選び出された製品が不良品であったときに，それが機械Wの製品である確率は **キ** である。

(7) ちょうど3人の子供がいる家庭を考える。3人の子供が(男，男，男)(男，男，女)(男，女，男)(男，女，女)(女，男，男)(女，男，女)(女，女，男)(女，女，女)である確率は各々 $\dfrac{1}{8}$ であるとする。この家庭を訪問したところ1人の女の子が顔を出したとして，残りの2人の子供がどちらも男の子である確率は **ク** である。

2 空欄にあてはまる適切な数，式，記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 定積分 $\displaystyle\int_{2\pi}^{0} |3\cos x - \sqrt{3}\sin x|\,dx$ の値は [ケ] である。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_{1}^{0} \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + x + 1}\,dx$ の値は [コ] である。

(3) $y = 8x^3\,(x \geqq 0)$ の逆関数を $y = g(x)$ とし，$y = e^{3x}$ の逆関数を $y = h(x)$ とする。定積分 $\displaystyle\int_{2}^{3} (x-1)g(x-2)\,dx$ の値は [サ] であり，定積分 $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} xh(x^2-1)\,dx$ の値は [シ] である。

(4) 座標平面上の曲線 $y = \dfrac{1}{\cos x}$ と2直線 $x = -\dfrac{\pi}{3}$，$x = \dfrac{\pi}{3}$ および x 軸とで囲まれた部分の面積は [ス] である。

(5) 座標平面上の点 $(x,\ y)$ が曲線 $4x^2 + 9y^2 - 24x = 0$ の上を動くとき，$x^2 + y^2 - 6x$ の最小値は [セ] である。

(6) $m > 0$ とする。曲線 $C : y = x^3 - 4x^2 + 3x + 1$ と直線 $y = 3x + m$ の共有点は異なる2点 A，B であるとする。点 P が曲線 C 上を A から B まで動くとき，△ABP の面積の最大値は [ソ] である。また，そのときの点 P の x 座標の値は [タ] である。

3 nは(10進法で表したとき) 5桁の正の整数とする。n'をnの数の並びを変えた5桁以下の整数とする(例えば$n = 54321$, $n' = 21354$あるいは$n = 15910$, $n' = 9511$など)。このとき，$n - n'$は常に9の倍数であることを証明しなさい。