

産業医科大学

平成26年度入学試験問題（一般入試）

数 学

注 意

1. 問題冊子は6ページ，解答紙は3枚である。問題冊子は，指示があるまで開かないこと。
2. 解答開始前に，試験監督者の指示にしたがって，すべての解答紙それぞれ2ヶ所に受験番号を記入すること。
3. 「始め」の合図があったら，問題冊子のページ数を確認すること。
4. 解答は，黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し，すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後，監督者の指示に従って，解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は，問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

1

空欄にあてはまる適切な数, 式, 記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 実数 x の関数 $f(x) = |\sin 2x + 2 \sin x + 2 \cos x|$ の最大値は である。

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -2 \sin \theta \\ \frac{1}{2} \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ が $0 < \theta < \pi$ の範囲で $A^5 = A^2$ を満たすとき, 実数 θ の値は である。

(3) 定積分 $\int_0^{-1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$ の値は である。

(4) n をある自然数とする。実数 x に対して, 方程式 $7 \sin^{8n} x + x = 0$ の解の個数は である。

(5) $0 < a < \frac{1}{4}$ とする。座標平面において, 方程式 $-4ax + \sqrt{(x+a)^2 + y^2} = \frac{1}{4}$ で表される曲線が囲む図形の面積は である。

(6) $x + y + z + w = 20$ を満たす正の整数 x, y, z, w の組は全部で 個である。

(7) 7つの実数 $\frac{1}{2}, \sqrt{\pi}, \sqrt{3}, \frac{\pi^2}{8}, \sin \frac{\pi}{8}, \cos \frac{\pi}{8}, \tan \frac{\pi}{8}$ を小さい方から順に並べたものを $A < B < C < D < E < F < G$ とする。このとき実数 A^2 の値は であり, $E^2 - F^2 + G^2$ の値は である。

(計算用余白)

2 行列 $A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えなさい。

(1) 自然数 n について、 $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ とするとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (p_n q_n)$ を求めなさい。

(2) 行列 A で表される 1 次変換によってそれ自身へ移される直線をすべて求めなさい。

(計算用余白)

3

一辺の長さが1の正二十面体の1つの面を $\triangle ABC$ とする。さらに外接球の中心を O とする。
すなわち、この正二十面体の12個の頂点は中心を O とする1つの球の上にある。次の問いに答えなさい。

- (1) 3点 A, B, O を通る平面でこの正二十面体を切ったとき、切り口として得られる六角形の面積を求めなさい。
- (2) O から $\triangle ABC$ に下ろした垂線の足を D とするとき、線分 OD の長さを求めなさい。

(計算用余白)