

産業医科大学 一般

平成 25 年度 入学 試験 問題

数 学

注 意

1. 問題冊子は 6 ページ，解答紙は 3 枚である。問題冊子は，指示があるまで開かないこと。
2. 解答開始前に，試験監督者の指示にしたがって，すべての解答紙それぞれ 2 ケ所に受験番号を記入すること。
3. 「始め」の合図があったら，問題冊子のページ数を確認すること。
4. 解答は，黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し，すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後，監督者の指示に従って，解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は，問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

1 空欄にあてはまる適切な数, 式, 記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 100 円, 50 円, 10 円の硬貨がそれぞれたくさんあるとする。ある品物を買うのに 2300 円かかるとき, このお金による支払い方の総数は である。

(2) 整式 $P(x)$ を $x^2 - 4x + 3$ で割ったときの余りは $x + 1$ であり, $x^2 - 3x + 2$ で割ったときの余りは $3x - 1$ である。 $P(x)$ を $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ で割ったときの余りは である。

(3) 数列の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^{2n} (k+n)^2}{\sum_{k=1}^{2n} k^2}$ の値は である。

(4) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ で表される座標平面上の曲線を C とする。曲線 C 上の x 座標が s ($0 < s < 1$) である点における接線を l とする。接線 l と曲線 C および x 軸, y 軸とで囲まれた部分を, x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積の最小値は である。また, そのときの s の値は である。

(5) 原点を O とする座標平面上の 2 点 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ を結ぶ線分上に点 P がある。 $\theta = \angle AOP$ とし, 線分 OP の長さを r とするとき, r は θ の関数として $r = f(\theta)$ と表せる。このとき定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) d\theta$ の値は であり, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)^2 \cos \theta d\theta$ の値は である。

(6) A が 1 枚のカードを, B が 4 枚のカードを持っている。表が出る確率と裏が出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ の偏りのないコインを投げて, 表が出れば A は B からカードを 1 枚もらう。裏が出れば A は B にカードを 1 枚わたす。ただし, 手もとにカードがなければわたさなくてよい。この試行を 4 回くり返した後, A の手もとに残るカードの枚数の期待値は である。

(計算用余白)

2 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ において定義された 2 つの曲線

$$y = a \sin 2x$$

$$y = \sin 4x$$

について次の問いに答えなさい。ただし、 a は定数である。

(1) 2 つの曲線が $0 < x < \frac{\pi}{2}$ で交点を持つように a の値の範囲を定めなさい。

(2) a が(1)で定められた範囲にあるとき、2 つの曲線によって囲まれた図形は(1)の交点を境にして 2 つの部分に分けられる。それらのうち原点を含む部分の面積を S_1 、原点を含まない部分の面積を S_2 とする。 $S_1 : S_2 = 4 : 1$ となるように a の値を定めなさい。

(計算用余白)

3 b を $b > 1$ となる定数とする。原点を O とする座標平面上の点 $P(x_0, y_0)$ の座標は $x_0^2 + y_0^2 = b$, $x_0^2 \geq 1$ を満たすとする。このとき、点 $Q(-\frac{x_0}{\sqrt{3}}, x_0 y_0^2)$ に対し、次の問いに答えなさい。

- (1) $x_0^2 = t$ とおくと、線分 OQ の長さの 2 乗 OQ^2 を t の関数として表しなさい。
- (2) 線分 OQ の長さを最大にする x_0^2 を求めなさい。

(計算用余白)