平成22年度入学試験問題

数　　学

注　意

1. 問題冊子は，指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は6ページ，解答紙は3枚である。
「始め」の合図があったら，それぞれページ数および枚数を確認すること。
3. 「始め」の合図があったら，すべての解答紙それぞれ2ケ所に受験番号を記入すること。
4. 解答は，黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し，すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後，監督者の指示に従って，解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は，問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

◇M2(119—9)

産業医科大学

$\boxed{1}$ 空欄にあてはまる適切な数，式，記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 等差数列をなす3つの数を初項から順に a，b，c とする。a，b，c の和が24で，a と c の差の絶対値が b であるとき，$\dfrac{ac}{b}$ の値は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 実数 x についての関数 $f(x)=\sum_{k=1}^{99}|x-k|=|x-1|+|x-2|+\cdots+|x-99|$ の最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(3) 初項が $a_1=\cos\dfrac{\pi}{6}$，第2項が $a_2=\cos\dfrac{\pi}{6}\cos\dfrac{\pi}{12}$，一般項が $a_n=\cos\dfrac{\pi}{3\cdot 2}\cos\dfrac{\pi}{3\cdot 2^2}\cdots\cos\dfrac{\pi}{3\cdot 2^n}$ $(n=1,\ 2,\ \cdots)$ で与えられる数列の極限 $\lim_{n\to\infty}a_n$ の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) 極限値 $\lim_{x\to 0}\dfrac{\cos x-x^2-1}{x^2}$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(5) 関数 $y=x\sqrt{x^2+1}+\log(\sqrt{x^2+1}+x)$ の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を $g(x)$ とおくとき $g(7)$ の値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(6) θ を変数とする2つの関数 $x_1=\cos^4\theta$，$x_2=\sin^4\theta$ に対して，

定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\left(\frac{dx_1}{d\theta}\right)^2+\left(\frac{dx_2}{d\theta}\right)^2}\,d\theta$ の値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(7) 媒介変数 t を用いて $x=\sin 2t$，$y=\sin 5t$ と表される座標平面上の曲線を C とする。C と y 軸が交わる座標平面上の点の個数は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(8) 1，2，3，4，5，6，7，8の数字が書かれた8枚のカードの中から1枚取り出してもとに戻すことを n 回行う。この n 回の試行で，数字8のカードが取り出される回数が奇数である確率を p_n とするとき，p_n を n の式で表すと $\boxed{\text{ク}}$ である。

（計算用余白）

2 放物線$y=x^2$上の2点P$(p,\ p^2)$，Q$(q,\ q^2)$における接線をそれぞれl，mとし，lとmの交点をRとする。ただし，$p<q$とする。$\angle\mathrm{PRQ}=\theta$とおくとき，次の問いに答えなさい。

(1) 点Rの座標をp，qを用いて表しなさい。

(2) $\tan\theta$をp，qを用いて表しなさい。

(3) 点Rが直線$y=-2$上を動くとき，$\tan\theta$の最小値を求めなさい。

（計算用余白）

$\boxed{3}$

座標平面において，$\triangle$ABCに対し，対応する3点A′，B′，C′を次の規則で定める。

線分A′B′を2：1に内分する点がCであり，

線分B′C′を2：1に内分する点がAであり，

線分C′A′を2：1に内分する点がBである。

次の問いに答えなさい。

(1) $\triangle$ABCの頂点の座標がそれぞれA$(a_1,\ a_2)$，B$(b_1,\ b_2)$，C$(c_1,\ c_2)$であるとき，A′の座標をa_1，a_2，b_1，b_2，c_1，c_2を用いて表しなさい。

(2) 点Aは関数$y=2x^2+3x+1$のグラフ上の点であり，点Bは原点であり，点Cの座標は$(3\cos\theta+5,\ 3\sin\theta+5)$で与えられているとする。点Aが動くとき，$\triangle$ABCから上記の規則で定まる点A′の描く曲線と$x$軸とで囲まれた図形の面積を$\theta$を用いて表しなさい。

（計算用余白）