

## 平成 21 年度 入学 試験 問題

# 数 学

### 注 意

1. 問題冊子は、指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 6 ページ、解答紙は 3 枚である。  
「始め」の合図があったら、それぞれページ数および枚数を確認すること。
3. 「始め」の合図があったら、すべての解答紙それぞれ 2ヶ所に受験番号を記入すること。
4. 解答は、黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し、すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後、監督者の指示に従って、解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は、問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

1

空欄にあてはまる適切な数、式、記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

- (1)  $x, y$  を実数とする。  $x + y = 1$ ,  $xy = a$  のとき,  $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$  を  $a$  を用いて表すと

である。

- (2)  $x, y$  を実数とする。  $x + y = 2b$ ,  $xy = -2$ ,  $x \geq y$  のとき,  $x^3 - y^3$  を  $b$  を用いて表すと

である。

- (3) 自然数  $n = 1, 2, \dots$  に対して, 定積分

$$a_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \theta \, d\theta$$

を考える。  $a_1 =$  ,  $a_2 =$   であり,  $n \geq 3$  では  $\frac{a_n}{a_{n-2}} =$   の関係式を満たす。

- (4) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の数字が書かれた 8 枚のカードの中から同時に 3 枚取り出す。取り出した 3 枚のカードの数字のうちで, いちばん大きい数字からいちばん小さい数字を引いたときの差が  $k$  である確率を  $q_k$  とするとき,  $q_k$  を  $k$  の式で表すと  である。ただし,  $k$  は 2 から 7 までの整数のいずれかとする。また, この差の期待値は  で与えられる。

2

空間内の点を

$$O(0, 0, 0), A(1, 1, 1), B(-1, 2, 3), C(a, -1, 4)$$

とする。ただし、 $a$  は実数とする。次の問いに答えなさい。

- (1)  $\angle ABC = \theta$  とするとき、 $\cos \theta$  の値を  $a$  で表しなさい。
- (2) 三角形 ABC の面積  $S(a)$  の最小値と、そのときの  $a$  の値を求めなさい。
- (3) (2) で求めた  $a$  の値に対して、 $O$  から三角形 ABC を含む平面に下ろした垂線を  $OH$  とする。  
このとき、ベクトル  $\overrightarrow{AH}$  を  $\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$  と表したときの実数  $s, t$  の値とベクトル  $\overrightarrow{OH}$  の大きさを求めなさい。
- (4) (2) で求めた  $a$  の値に対して、四面体 OABC の体積を求めなさい。

3

円  $S: x^2 + (y + a)^2 = 1$  が放物線  $R: y = x^2 - 2$  に 2 点で接しているとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 実数  $a$  の値を求めなさい。
- (2)  $S$  と  $R$  によって囲まれる図形  $P$  の面積を求めなさい。ただし、 $P$  は原点を含まないものとする。
- (3)  $P$  を  $x$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。