

一般入学試験

数 学 (70分)

I 注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は16ページあります。ただし、出題ページは下記のとおりです。  
4, 6, 8, 10, 12ページ
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
  - ① 受験番号欄  
受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
  - ② 氏名欄  
氏名・フリガナを記入しなさい。
- 5 試験開始後30分間および試験終了前5分間は退出できません。
- 6 この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。この問題冊子は試験終了後回収します。

II 解答上の注意

- 1 「解答上の注意」が、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

受 験 番 号			

SKR08S003

1 (1) 2次関数  $f(x) = x^2 + a(x+1) + 8$  がある。

すべての  $x$  に対して  $f(x) > 0$  となる  $a$  の値の範囲は

$$\boxed{\text{アイ}} < a < \boxed{\text{ウ}}$$

である。また、 $-2 \leq x \leq 2$  で  $f(x) > 0$  となる  $a$  の値の範囲は

$$\boxed{\text{エオ}} < a < \boxed{\text{カキ}}$$

である。

(2) 1枚の硬貨を続けて  $n$  回投げるとき、表が2回以上続けて出ることがない確率を  $p_n$  とすると、

$$p_n = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} p_{n-1} + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} p_{n-2} \quad (n \geq 3)$$

が成り立つ。また、

$$p_1 = 1, \quad p_2 = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}, \quad p_5 = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$$

である。

2 座標平面上において、連立不等式：

$$2x+3y-18 \leq 0, 4x+y-16 \leq 0, x \geq 0, y \geq 0$$

によって与えられる領域  $D$  がある。

(1) 領域  $D$  は四角形の周囲と内部であるが、四角形の4頂点の座標は

$(0, 0), (\text{ア}, 0), (\text{イ}, \text{ウ}), (0, \text{エ})$

である。

(2) 点  $(x, y)$  が  $D$  に属するとき、 $x+y$  の最大値は  $\text{オ}$  である。

(3) 「点  $(x, y)$  が  $D$  に属するならば  $x^2+y^2 \leq k$ 」という命題が成立するような  $k$  の最小値は  $\text{カキ}$  である。

(4) 「点  $(x, y)$  が連立不等式  $x \geq 0, y \geq 0, x^2+y^2 \leq l$  を満たすならば点  $(x, y)$  は  $D$

に属する」という命題が成立するような  $l$  の最大値は  $\frac{\text{クケコ}}{\text{サシ}}$  である。

- 3 (1) 連立不等式  $x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 2009$  を満たす整数の組  $(x, y)$  の個数を  $S$  とする。 $S$  を素因数分解すると、

$$S = 3 \times \boxed{\text{ア}} \times \boxed{\text{イウ}} \times \boxed{\text{エオカキ}}$$

となる。

- (2) 連立不等式  $x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 2009$  を満たす奇数の組  $(x, y)$  の個数を  $T$  とする。 $x = 2k-1$  ( $1 \leq k \leq 1005$ ) のとき、不等式を満たす奇数の組  $(x, y)$  の個数は

$\boxed{\text{クケコサ}} - k$  となるから、

$$T = \sum_{k=1}^{1005} (\boxed{\text{クケコサ}} - k)$$

となる。これを素因数分解すると、

$$T = 2 \times 3 \times \boxed{\text{シ}} \times \boxed{\text{スセ}} \times \boxed{\text{ソタチ}}$$

となる。

4  $[x]$  は、 $x$  を超えない最大の整数を表すものとして、関数

$$f(x) = x - [x]$$

について、次の間に答えよ。

(1)  $f(x)$  は周期関数であり、その周期は  $\boxed{\text{ア}}$  である。

ただし、周期とは  $f(x+p) = f(x)$  を満たす最小の正数  $p$  のことである。

(2)  $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = \boxed{\text{イ}}$  ,  $\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = \boxed{\text{ウ}}$  ,  $f(2) = \boxed{\text{エ}}$  である。

したがって、 $f(x)$  は  $x=2$  において  $\boxed{\text{オ}}$  。

ただし、 $\boxed{\text{オ}}$  には下記の語群から①、②のいずれかを選択すること。

(3)  $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \boxed{\text{カ}}$  ,  $\lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \boxed{\text{キ}}$  であるから、

$f(x)$  は  $x=2$  において  $\boxed{\text{ク}}$  。

ただし、 $\boxed{\text{カ}}$  と  $\boxed{\text{キ}}$  は下記の語群から③～⑥のいずれかを、また、 $\boxed{\text{ク}}$  には下記の語群から⑦、⑧のいずれかを選択すること。

- 語群 ① 連続である                      ② 連続でない  
③  $\infty$                                       ④  $-\infty$   
⑤ 0    ⑥ 1  
⑦ 微分可能である                      ⑧ 微分可能でない

5 楕円  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  について、次の問に答えよ。

(1) 楕円の2つの焦点を  $F, F'$  とすると、

$$F(\text{ア}, 0), F'(\text{イウ}, 0)$$

である。

(2) 楕円上に点  $P(x_0, y_0)$  ( $x_0 > 0, y_0 > 0$ ) をとると、 $P$  における法線の傾きは

$$\frac{\text{エ}}{\text{オ}} \frac{y_0}{x_0}$$

となる。また、 $P$  における法線が  $x$  軸と交わる点を  $Q$  とすると、

$$Q\left(\frac{x_0}{\text{カ}}, 0\right)$$

であり、 $Q$  は線分  $FF'$  上にある。

(3)  $\vec{PQ} \cdot \vec{PF} = \text{キ} - \frac{\text{ク}}{\text{ケ}} x_0$ ,  $\vec{PQ} \cdot \vec{PF}' = \text{キ} + \frac{\text{ク}}{\text{ケ}} x_0$  である。

(4)  $|\vec{PF}| = \frac{1}{\text{コ}} (\text{サ} - x_0)$ ,  $|\vec{PF}'| = \frac{1}{\text{コ}} (\text{サ} + x_0)$

であることから、 $\cos \angle FPQ = \cos \angle F'PQ = \frac{\text{シ}}{\text{ス} |\vec{PQ}|}$  となるので、

$\angle FPQ = \angle F'PQ$  が示される。