獨協医科大学
医学部

平成２０年度　入学者選抜試験問題

一般入学試験

数　学 （70分）

Ⅰ　注意事項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は16ページあります。ただし出題ページは下記のとおりです。
　4，6，8，10，12ページ

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督員に知らせなさい。

4　解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。

①　受験番号欄
　受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。

②　氏名欄
　氏名・フリガナを記入しなさい。

5　試験開始後30分間および試験終了前５分間は退出できません。

6　この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。この問題冊子は試験終了後回収します。

Ⅱ　解答上の注意

1　「解答上の注意」が，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

受　験　番　号			

SKR07R002

$\boxed{1}$ (1) 2次不等式$x^2+(a+2)x+a^2-24 \leqq 0$の解が$-2 \leqq x \leqq b$になるという。このとき,

$$a = \boxed{\text{アイ}},\ b = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2) 赤球3個，白球2個が入った箱がある。

この箱からでたらめに1個取り出し，色を確認してからもとに戻すことを5回行う。このとき，1回目と2回目に赤球が出て，それ以外は白球が出る確率は,

$$\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキクケ}}}$$

である。上記と同じように5回取り出すとき，赤球が1回だけ出る確率は,

$$\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シスセ}}}$$

である。

また，この箱から一度にでたらめに3つの球を取り出すとき，赤球が2個含まれている確率は,

$$\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

$\boxed{2}$ $0 \leqq \theta \leqq \pi$ において，関数

$$f(\theta)=\cos\theta(2\cos 2\theta+\cos\theta-7)+\sin^2\theta$$

を考える。

(1) $\cos\theta=x$ とおけば，$f(\theta)$ は x の 3 次式として表されるので，これを $g(x)$ とすると，

$$f(\theta)=g(x)=\boxed{\text{ア}}\,x^3-\boxed{\text{イ}}\,x+\boxed{\text{ウ}}$$

となる。

(2) $f(\theta)=g(x)$ が最小となるのは，

$$x=\frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}} \quad \text{すなわち} \quad \theta=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi \quad \text{のときで，}$$

最小値は $\boxed{\text{ク}}-\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(3) θ についての方程式 $f(\theta)=m\cos\theta$ （m：実数）が異なる 2 つの実数解をもつためのm の値の範囲は，

$$\boxed{\text{サシ}} \leqq m \leqq \boxed{\text{スセ}}$$

である。

$\boxed{3}$ 等差数列 $\{a_n\}$ は条件

$$a_1 = 1,\ a_5 = 21$$

を満たし，等比数列 $\{b_n\}$ は条件

$$b_1 = 1,\ b_2 + b_3 = 20$$

を満たす。ただし，公比は正とする。

(1) 数列 $\{a_n\}$ と数列 $\{b_n\}$ の一般項は，それぞれ

$$a_n = \boxed{\text{ア}}\,n - \boxed{\text{イ}},\ b_n = \boxed{\text{ウ}}^{\,n-1}$$

である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ と数列 $\{b_n\}$ に共通する項を小さい順に並べた数列を新たに数列 $\{c_n\}$ とするとき，

$$c_2 = \boxed{\text{エオ}},\ c_3 = a_{\boxed{\text{カキ}}} = b_{\boxed{\text{ク}}} = \boxed{\text{ケコサ}}$$

である。さらに，$c_n = a_l = b_m$ となるときの l，m を，それぞれ n で表すと，

$$l = \frac{\boxed{\text{シス}}^{\,n-1} + \boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}},\ m = \boxed{\text{タ}}\,n - \boxed{\text{チ}}$$

となる。

4 曲線 $C: y=\log x$ がある。ただし，$\log x$ は自然対数とし，以下 e は自然対数の底とする。

(1) 原点から曲線 C へ接線 l を引くとき，接点の y 座標は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 曲線 C，接線 l および x 軸で囲まれる部分の面積 S は，

$$S=\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}e-\boxed{\text{エ}}$$

である。

(3) 曲線 C，接線 l および x 軸で囲まれる部分を，x 軸のまわりに 1 回転したときにできる回転体の体積 V は，

$$V=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}e\pi-\pi\int_{\boxed{\text{キ}}}^{e}(\log x)^{\boxed{\text{ク}}}dx$$

$$=\boxed{\text{ケ}}\pi\left(\boxed{\text{コ}}-\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}e\right)$$

である。

$\boxed{5}$ 行列 $A=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$ とする。

(1) $A\begin{pmatrix}1\\ a\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}1\\ a\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}1\\ b\end{pmatrix}=\beta\begin{pmatrix}1\\ b\end{pmatrix}$ （ただし，$\alpha<\beta$）

を満たす実数 α, β, a, b を求めると，

$\alpha=$ $\boxed{\text{アイ}}$，$\beta=$ $\boxed{\text{ウ}}$，$a=$ $\boxed{\text{エオ}}$，$b=$ $\boxed{\text{カキ}}$

となる。

(2) $B=AB+A$ を満たす2次の正方行列 B を求めると，

$$B=(E-A)^{\boxed{\text{クケ}}}A$$

$$=-\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\begin{pmatrix}\boxed{\text{シ}} & -1\\ \boxed{\text{ス}} & \boxed{\text{セ}}\end{pmatrix}$$

となる。ただし，E は2次の単位行列である。

(3) $X_1=\dfrac{1}{2}\begin{pmatrix}2 & 3\\ -6 & -13\end{pmatrix}$, $X_{n+1}=AX_n+A$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

を満たす行列 X_n を求めたい。

$$X_n-B=A^{n-\boxed{\text{ソ}}}(X_1-B)$$

$$=A^{n-\boxed{\text{ソ}}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ \boxed{\text{タチ}} & \boxed{\text{ツテ}}\end{pmatrix}$$

$$=A^{n-\boxed{\text{ソ}}}\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ \boxed{\text{タチ}} & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & \boxed{\text{ツテ}}\end{pmatrix}\right\}$$

となる。

ここで，(1)，(2)の結果を用いると，X_n を求めることができる。たとえば，X_6 は，

$$X_6=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-2 & \boxed{\text{トナ}}\\ -2 & -261\end{pmatrix}$$

となる。