平成31年度 東北医科薬科大学入学試験問題

医学部 一般・数学

《注意事項》

1．解答用紙左部に氏名、フリガナ、その下部に受験番号を記入し、例にならって ⬯ にマークしなさい。
（例）受験番号１０００１の場合

フリガナ	
氏　名	

万	千	百	十	一
1	0	0	0	1
	●	●	●	⓪
●	①	①	①	●
②	②	②	②	②
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

（表の見出し：受験番号）

2．この問題冊子は、６ページまであります。

3．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4．解答方法は次のとおりです。

（１）問題の文中の $\boxed{ア}$, $\boxed{イウ}$ などには数字（０～９），符号（−），文字（k）が入ります。ア、イ、ウ、… の一つ一つはこれらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の ア、イ、ウ、… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例１　$\boxed{アイウ}$ に $-2k$ と答えたいとき
（[注意] 文字は数字の後に書くので $-k2$ としてはいけません。）

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓚ
イ	⊖	⓪	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓚ
ウ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●

（２）分数形で解答する場合は既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。符号は分子につけなさい。（分母につけてはいけません。）

例２　$\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは $\dfrac{-4}{5}$ として

キ	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓚ
ク	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓚ
ケ	⊖	⓪	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓚ

（３）根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば $\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}$, $\dfrac{\sqrt{\boxed{シス}}}{\boxed{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$, $\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

（４）解答の作成にはＨ、Ｆ、ＨＢの黒鉛筆を使用し、⬯ の中を塗りつぶしなさい。シャープペンシル等、黒鉛筆以外のものを使用した場合には、解答が読み取れず、採点できない場合があります。

（５）答えを修正する場合は、プラスチック製の消しゴムであとが残らないように**完全に消しなさい**。鉛筆のあとが残ったり、⊗ のような消し方などした場合は、修正または解答したことにならないので注意しなさい。

（６）解答用紙は折り曲げたり、メモやチェック等で汚したりしないよう、特に注意しなさい。

（試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。）

【I】 xyz 空間内に点 $\mathrm{A}(2,1,1)$, $\mathrm{B}(-1,1,2)$, $\mathrm{C}(1,-1,0)$ がある。このとき、次の問に答えよ。

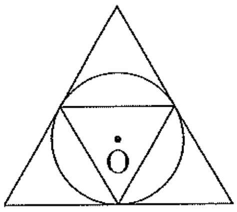
(1) 三角形 ABC の面積は $\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ である。

(2) 原点を $\mathrm{O}(0,0,0)$ とおく。点 O, C を通る直線を ℓ とし、直線 ℓ 上の点 D の x 座標を t とおく。また、点 E は、点 A, B を通る直線上を動くとする。

このとき、DE^2 の最小値は $f(t)=\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}\,t^2+\boxed{\text{オカ}}\,t+\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

さらに、t が全ての実数を動くとき、$f(t)$ は $t=\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ をとる。

【II】 中心 O、半径 1 の円に、2 つの正三角形がそれぞれ、外接、内接し、外接正三角形を図のように 7 つの領域に分けている。



1 つの領域には同じ色を塗り、境界線を共有する 2 つの領域には互いに異なる色を塗ることによって、この 7 つの領域を塗り分ける。ただし、点 O 中心に $\pm 120^\circ$ 回転、または、この図を裏返（点 O と外接三角形の頂点を結ぶ直線に関し反転）して互いに重なる塗り分けは同じと見なす。このとき、次の問に答えよ。

(1) 赤色と青色の 2 色で塗り分ける方法は $\boxed{ア}$ 通りである。

(2) 赤色、青色、緑色のうち 2 色を用いて塗り分ける方法は $\boxed{イ}$ 通りである。

(3) 赤色、青色、緑色の 3 色を全て用いて塗り分ける方法は $\boxed{ウエ}$ 通りである。

(4) (3) の塗り分けのうち、赤色領域の面積の総和が最大となるように塗り分ける方法は $\boxed{オ}$ 通りである。また、その総和の最大値は $\dfrac{\boxed{カキ}\sqrt{\boxed{ク}}-\boxed{ケ}\pi}{\boxed{コ}}$ である。

【III】 楕円 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ ① と直線 $y=p\ (2<p)$ ② を考える。直線 ② 上の点 Q (t,p) $(0 \leqq t)$ から楕円 ① に 2 つの接線 ℓ_1, ℓ_2 をひき、それぞれの接点を $\mathrm{Q}_1(x_1,y_1)$, $\mathrm{Q}_2(x_2,y_2)$ $(x_1<x_2)$ とおく。このとき、次の問に答えよ。

(1) $t=3$ のとき、接点 $\mathrm{Q}_2(x_2,y_2)$ の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\boxed{\text{イ}}\right)$ である。また、接線 ℓ_1 の傾きは $\dfrac{p^2-\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}\,p}$ であり、また $x_1=\dfrac{\boxed{\text{オカ}}-\boxed{\text{キ}}\,p^2}{\boxed{\text{ク}}+p^2}$ である。

(2) $t=3$, $p=2\sqrt{3}$ とする。このとき、$x_1=\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。また、この楕円の内部の点 (x,y) で $x_1 \leqq x$, $0 \leqq y$ にある部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}\,\pi+\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(3) $t \neq 3$ とする。2 つの接線 ℓ_1, ℓ_2 が直交するとき $p^2+t^2=\boxed{\text{タチ}}$ である。また、直交しないとき、2 つの接線 ℓ_1, ℓ_2 がなす角 $\angle \mathrm{Q}_1\mathrm{Q}\mathrm{Q}_2$ を θ とおくと $|\tan\theta|=\dfrac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}\,p^2+\boxed{\text{ト}}\,t^2-\boxed{\text{ナニ}}}}{\left|\ p^2+t^2-\boxed{\text{ヌネ}}\ \right|}$ である。