

物 理

I. 先端にバネを取りつけた台が、なめらかな水平面上を速度 V_0 で滑走している。このバネで台に載せてあったボールを水平に打ち出したところ、台は静止した。台の質量とボールの質量をそれぞれ M と m で表し、バネの質量は無視するものとして、以下の間に答えよ。文中にない量は、定義してから用いること。

(1) ボールの運動量は打ち出された直後にどれだけ増加しているか。増加量 Δp を求めよ。

(2) 打ち出された直後のボールが持っている運動エネルギー K を求めよ。

(3) 打ち出す前にバネにたくわえられていたエネルギー E を求めよ。

II. 断熱円筒容器を大気中に鉛直に置き、液体を入れてから断熱ピストンですきまなくふたをする。容器の底に組み込んだヒーターにより液体を一定の割合で加熱してピストンを上昇させる。このとき、加えられた熱によって外部になされる仕事の熱効率について考えよう。

文中の(6)(12)の空欄を語句で、他の空欄は下に定義する物理量および文中に現れる物理量のみを用いた式で埋めよ。ただし、気体は理想気体であるものとし、ピストンの質量、液体やヒーターの体積は無視してよいものとする。

[物理量の定義]

ヒーターが毎秒発生する熱量: ΔQ [J/s]、ピストンの面積: S [m²]、大気圧: p_0 [N/m²]、
 加熱前の液体のモル数: n [mol]、液体 1 モルあたりの蒸発熱: k [J/mol]、
 液体の沸点: T_0 [K]、気体の 1 モルあたりの体積: V [m³/mol]、
 気体の定積モル比熱: C_V [J/(mol·K)]、気体定数: R [J/(mol·K)]

ゆっくりとした加熱を開始すると液体の温度は上昇するが、ピストンはしばらくの間静止したままである。やがて液体の温度が沸点に達すると温度の上昇が止んで、毎秒加えられる熱量 ΔQ は、ピストンを動かす気体の仕事と液体の蒸発熱とに振り分けられるようになる。この加熱によって毎秒蒸発する液体のモル数を Δn [mol/s] とすると、蒸発に毎秒使われる熱エネルギーは $k\Delta n$ である。ピストンの毎秒の上昇量を Δh [m/s] で表すとすると、 $\Delta Q = \boxed{\text{(1)}}$ $+ k\Delta n$ が成り立つ。

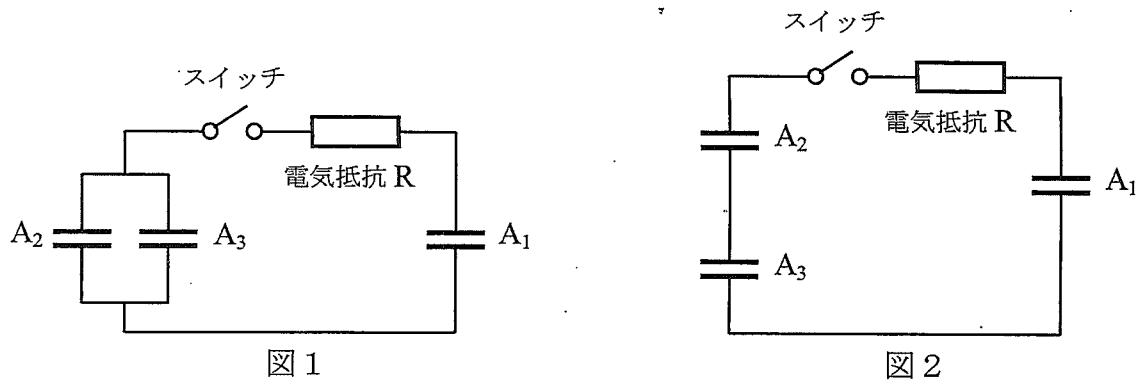
一方、 Δh と Δn の間には、1 モル気体が占める体積 V を用いて、 $S\Delta h = V\Delta n$ の関係があるので、この関係を使って Δn を消去すると $\Delta Q = (\text{ (2) }) S\Delta h$ と書きかえられる。液体が残っている間は気体温度が T_0 で一定であり、円筒内の 1 モル気体の状態方程式は $p_0V = \text{ (3) }$ である。この方程式から得られる V を前式に代入すると結局、 $\Delta Q = (\text{ (4) }) p_0S\Delta h$ の関係が得られる。この関係から、加えられた熱によって外部になされる仕事の熱効率（加えた熱量に対する仕事の大きさの割合）は、 (5) であることが分かる。

n モルの液体すべてが気体になった後も同じ割合で加熱し続けると、熱量の一部が気体の (6) の増加にも使われるので、気体温度が上昇しはじめる。温度の毎秒の上昇量を ΔT [K/s] とすると、それに伴う (6) の毎秒の増加量は $nC_v\Delta T$ である。一方、気体の温度上昇に伴うピストンの毎秒の上昇量を再び Δh で表すとすると、 $\Delta Q = \text{ (7) }$ が成り立つ。

加熱中の気体の圧力は一定であるので、 $\text{ (1) } = \text{ (8) } \Delta T$ が言える。この関係を用いて Δh を消去すると結局、 $\Delta Q = n(\text{ (9) }) \Delta T$ が得られる。一定圧力のもとで成り立つこの関係から、気体の定圧モル比熱は (9) で与えられることが分かる。逆に ΔT を消去すると、 $\Delta Q = (\text{ (10) }) p_0S\Delta h$ が得られるので、加えられた熱によって外部になされる仕事の熱効率は、 (11) であることが分かる。

以上のことから、沸点の 1 モル気体を持つ (6) が沸点の 1 モル液体を気化するのに必要な熱量よりも (12) 場合は、すべての分子が気体になった後の方が熱効率が低いことが分かる。

Ⅲ. 電気容量が共に C_0 のコンデンサ A_1 、 A_2 、 A_3 がある。図1、図2の接続において、 A_1 にたくわえられている電気量は0、 A_2 と A_3 にたくわえられている電気量はそれぞれ Q_0 である。以下の問いに答えよ。



- (1) 図1と図2において、 A_2 と A_3 にたくわえられている静電エネルギーの和 U_0 をそれぞれ求めよ。
- (2) 図1と図2において、スイッチを閉じてしばらくした後に A_1 にたくわえられている静電エネルギー U_1 をそれぞれ求めよ。
- (3) 図1と図2において、スイッチを閉じてしばらくした後に A_2 と A_3 に残っている静電エネルギーの和 U_{23} をそれぞれ求めよ。
- (4) 図1と図2において、スイッチを閉じてから電流が流れている間に電気抵抗 R が消費するエネルギー U_R を、エネルギー保存則からそれぞれ求めよ。