

1)  $a > 0$  に対して  $f(x) = 4ax - x^2$ ,  $g(x) = \frac{a^2}{3}x^2$  とする. 座標平面において,  $f(x)$  と  $g(x)$  で囲まれる領域の面積を  $h(a)$  とおく.

- (1)  $f(x)$  と  $g(x)$  のグラフの交点の  $x$  座標  $p_1, p_2$  ( $p_1 < p_2$ ) を求めよ.
- (2)  $h(a)$  を最大にする  $a$  の値とそのときの領域の面積の値を求めよ.

解答欄	(1) $p_1 =$ <span style="margin-left: 150px;"><math>p_2 =</math></span>	(2) $a =$ <span style="margin-left: 150px;"><math>h(a) =</math></span>
-----	---	--

2) 実数を係数とする3次方程式  $x^3 + ax^2 + bx + a^2 = 0$  の解が  $\alpha, \alpha + \beta i, \alpha - \beta i$  ( $i$  は虚数単位,  $\alpha, \beta$  は0以外の実数) と表されるとする.

- (1) 方程式の係数  $a, b, a^2$  を  $\alpha, \beta$  を用いて表せ.
- (2)  $ab$  平面に条件を満たす点  $(a, b)$  の描く曲線を図示せよ.

解答欄	$a =$ (1) $b =$ $a^2 =$	(2)
-----	-------------------------------	-----

3)  $\frac{n^2}{m} + \frac{m}{n} = 8$  を満たす自然数の組  $(m, n)$  をすべて求めよ.

解答欄	$(m, n) =$
-----	------------

4) 複素数平面上を動く点  $P$  を考える.  $z_0$  を最初の位置として,  $P$  は次の規則に従って複素数平面上を動くとする.

(I) コインを投げて表なら  $|z_0|$  をかける. (II) コインを投げて裏なら  $\frac{z_0}{|z_0|}$  をかける.

コインを  $n$  回投げたときの位置を  $z_n$  と表すとする. つまり, コインを 2 回投げたときに 2 回とも表なら  $z_2 = |z_0|^2 z_0$ , 表 1 回, 裏 1 回なら  $z_2 = |z_0| \frac{z_0}{|z_0|} z_0$ , 2 回とも裏なら  $z_2 = \left(\frac{z_0}{|z_0|}\right)^2 z_0$  となる. ただし, コインの表の出る確率と裏の出る確率は等しいとする. 以下,  $i$  を虚数単位として  $z_0 = \frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$  とするとき, 次の間に答えよ.

- (1) 5 回コインを投げたときに複素数平面上原点からの距離が 4 以上となる確率, つまり  $|z_5| \geq 4$  となる確率を求めよ.
- (2) 10 回コインを投げたときにその偏角が  $\frac{5}{4}\pi$  と  $\frac{3}{2}\pi$  の間になる確率, つまり  $\frac{5}{4}\pi < \arg(z_{10}) < \frac{3}{2}\pi$  となる確率を求めよ. ただし,  $\arg(z)$  は複素数  $z$  の偏角を表し,  $0 \leq \arg(z) < 2\pi$  とする.
- (3) 15 回コインを投げたとき, 原点からの距離が 15 以上で虚部が負となる確率, つまり  $|z_{15}| \geq 15$  かつ  $\text{Im}(z_{15}) < 0$  となる確率を求めよ. ただし,  $\text{Im}(z)$  は複素数  $z$  の虚部を表す.

解答欄	(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----	-----