平成 22 年度　日本医科大学入学試験問題

〔 数　学 〕

受験番号	

注 意 事 項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙配布後，監督者の指示に従い，配布枚数の確認を行うこと。
   （問題冊子５ページ，うち２ページは計算用紙，解答用紙３枚）
   落丁，乱丁，印刷の不鮮明の箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答時間は 11 時 25 分から 12 時 55 分までの 90 分。
   なお，試験開始後 40 分経過後でなければ退室は認めない。
4. 机上には，受験票と筆記用具および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。
5. 筆記用具は鉛筆，シャープペンシル，消しゴムのみとする。
   （コンパス，定規等は使用できない。）
6. 止むを得ず下敷を使用する場合は，監督者の許可を得ること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題用紙の余白および計算用紙は草稿や計算に自由に用いてよい。
9. 耳栓の使用はできない。
10. 携帯電話等の電源は必ず切り、鞄の中にしまうこと。
11. 質問，用便，中途退室など用件のある場合は，無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
12. 受験中不正行為があった場合は，退室を命じ試験の一切を無効とする。
13. 退室時は，試験問題および解答用紙を裏返しにすること。

日本医科大学

[I] 次の空欄に適する式，不等式，数を解答欄に記せ。

a を実数とする。xy 平面において，点 $\mathrm{X}(x, y)$ と点 $\mathrm{A}(a, -12)$ を端点とする線分 XA を 2 : 1 に内分する点を Y とすると，Y の x 座標は $\boxed{\text{ア}}$ ，y 座標は $\boxed{\text{イ}}$ のように表される。

a を固定する。点 X が放物線 $P : y = x^2$ の上を動くとき，点 Y の描く軌跡 Q の方程式は $y = \boxed{\text{ウ}}$ であり，2 曲線 P, Q の 2 つの交点を通る直線 l の方程式は $y = \boxed{\text{エ}}$ である。

a が実数全体を動くとき，曲線 Q が通過する領域 R は不等式 $\boxed{\text{オ}}$ で表され，直線 l が通過する領域 L は不等式 $\boxed{\text{カ}}$ で表される。

a が $-3 \leqq a \leqq 3$ の範囲を動くとき，曲線 Q が通過する領域を R' とし，R' と L の共通部分を M とする。点 $\mathrm{Z}(u, v)$ が M 上を動くとき，u の取り得る値の範囲は $\boxed{\text{キ}}$ であり，v の取り得る値の範囲は $\boxed{\text{ク}}$ である。また，M の面積は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

[II] 座標空間において，3 点 $\mathrm{A}(a,0,0)$, $\mathrm{B}(0,b,0)$, $\mathrm{C}(0,0,c)$ を通る平面を考える。ただし，$a>0,\ b>0,\ c>0$ とする。原点 O とこの平面との距離を d，原点 O と点 $\mathrm{M}(a,b,c)$ との距離を m とおく。

問 1 $d=\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}$ であることを導け。

問 2 a,b,c が，正の数すべてを動くとき，$\left(\dfrac{m}{d}\right)^2$ の最小値を求めよ。

問 3 正の数 a,b,c が，いずれも他の 2 倍をこえないように動くとき，$\left(\dfrac{m}{d}\right)^2$ の最大値を求めよ。また，$\left(\dfrac{m}{d}\right)^2$ を最大にする a,b,c の比を，$a\leqq b\leqq c$ として求めよ。

[III] r は $0 < r < 1$ なる実数，n は正の整数とし，$k = 1, 2, 3, \cdots, n$ に対し，

$$a_k = (1-r)r^{k-1}$$
$$p_k = \frac{3}{4}r^{k-1}$$

とおく。n 枚のコイン $C_1, C_2, C_3, \cdots, C_n$ があり，これらを無作為に投げると，k 番目のコイン C_k は確率 p_k で表が出て，確率 $1-p_k$ で裏が出るように作られており，各コインの表裏は互いに独立に定まるものとする。これらのコインを投げて，各 $k = 1, 2, 3, \cdots, n$ に対し，C_k の表が出たら $u_k = a_k$ とし，裏が出たら $u_k = -a_k$ として，u_k $(k = 1, 2, 3, \cdots, n)$ の総和を X_n とする。また，u_k $(k = 1, 2, 3, \cdots, n)$ のうち正であるものの和を Y_n，負であるものの和を Y_n' とする。

問 1 u_k の期待値 $E(u_k)$ を考えることにより，X_n の期待値 $E(X_n)$ の極限

$$x = \lim_{n\to\infty} E(X_n)$$

を r を用いて表せ。

問 2 $Y_n \pm Y_n'$ を考えることにより，Y_n の期待値 $E(Y_n)$ の極限

$$y = \lim_{n\to\infty} E(Y_n)$$

を r を用いて表せ。

問 3 $x = 0$ となるように r をとるとき，X_nY_n の期待値 $E(X_nY_n)$ の極限

$$z = \lim_{n\to\infty} E(X_nY_n)$$

を求めよ。

計算用紙（切り離さないこと）

計算用紙（切り離さないこと）

受験番号	

平成22年度

数学解答用紙（その1）

採点	

［Ⅰの解答欄］

ア		イ	
ウ		エ	
オ		カ	
キ		ク	
ケ			

日本医科大学

受験番号	

平成22年度

数学解答用紙（その2）

採点	

［II の解答欄］

問1

問2

問3

受験番号	

平成22年度

数学解答用紙（その3）

採点	

[III の解答欄]

問1

問2

問3