

日本医科大学

平成30年度 入学試験問題

数 学 問 題 用 紙 (後期)

試験時間	90分
問題用紙	1～10頁

注 意 事 項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙に落丁, 乱丁, 印刷の不鮮明な箇所があったら, 手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても, または試験を放棄する場合でも, 試験終了までは退場できない。
4. 携帯電話等の電子機器類は電源を必ず切り, 鞆の中にしまうこと。
5. 机上には, 受験票と筆記用具 (鉛筆, シャープペンシル, 消しゴム) および時計 (計時機能のみ) 以外は置かないこと。(耳栓, コンパス, 定規等は使用できない。)
6. 問題用紙および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題用紙の余白は自由に用いてよい。
9. 質問, トイレ, 体調不良等で用件のある場合は, 無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
10. 中途退室時は, 問題用紙および解答用紙を裏返しにすること。
11. 受験中不正行為があった場合は, 試験の一切を無効とし, 試験終了時間まで別室で待機を命じる。
12. 試験終了後, 解答用紙は裏返し, 問題用紙は持ち帰ること。

受験番号	
------	--

氏 名	
-----	--

[I] a, b, c はいずれも 1 以上 9 以下の自然数とする。自然数 N を 11 進法で表すと 3 桁の数 $abc_{(11)}$ となり, 13 進法で表すと 3 桁の数 $cab_{(13)}$ となるという。 a, b, c の値を求めよ。また N を 10 進法で表せ。解答欄には答えのみを記入せよ。

[II] O を原点とする座標空間において 2 点 $A(3\sqrt{3}-3, 3\sqrt{3}+2, 0)$, $B(6, -6\sqrt{3}-1, 6\sqrt{2})$ と平面 $\alpha: \sqrt{3}x - y - \sqrt{2}z = 1$ がある。また直線 AB と α との交点を P , α に関して B と対称な点を Q とするとき、以下の各問いの答えのみを解答用紙に記入せよ。

問1 P の座標を求めよ。

問2 B から平面 α に垂線 BH を下ろすとき、 \overrightarrow{BH} を求めよ。

問3 \overrightarrow{PQ} を求めよ。

問4 $\cos \angle BPQ$ の値を求めよ。

[III] 複素数 z に対して

$$\frac{(1+i)(z+3i)}{z+4-i}$$

が実数となるとき, z の動く複素数平面上の図形を図示し, 絶対値 $|z|$ の最大値, 最小値を求めよ。

[IV] O を原点とする xy 平面において、次の 2 曲線を考える：

$$C_1: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \quad (x \geq 0, y \geq 0), \quad C_2: y = -x^3 + \frac{7}{2}x$$

以下の各問いに答えよ。なお答えの数値は有理化すること。

問1 C_1 と C_2 の交点の x 座標を全て求めよ。

問2 C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積を求めよ。

[V] 以下の各問いに答えよ。

問1 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{\sqrt{n^4 + k^2(n-1)^2}}$$

問2 すべての自然数 k と $0 \leq x \leq 1$ を満たすすべての実数 x に対して次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$x^k - \frac{k}{6}x^{k+2} \leq \sin^k x \leq x^k$$

ただし $\sin^k x = (\sin x)^k$ ($k = 1, 2, \dots$) とする。

問3 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \left\{ \left(1 + kn^{k-1} \sin^k \left(\frac{1}{n} \right) \right)^{\frac{k}{n^2}} \right\}$$

ただし数列 a_k に対して

$$\prod_{k=1}^n a_k = a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_n$$

である。