日本医科大学

平成29年度　入学試験問題

数　学　問　題　用　紙（前期）

試験時間	９０分
問題用紙	１　～　１０頁

注　意　事　項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙に落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても，または試験を放棄する場合でも，試験終了までは退場できない。
4. 携帯電話等の電子機器類は電源を必ず切り，鞄の中にしまうこと。
5. 机上には，受験票と筆記用具（鉛筆，シャープペンシル，消しゴム）および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。（耳栓，コンパス，定規等は使用できない。）
6. 問題用紙および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題用紙の余白は自由に用いてよい。
9. 質問，トイレ，体調不良等で用件のある場合は，無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
10. 中途退室時は，問題用紙および解答用紙を裏返しにすること。
11. 受験中不正行為があった場合は，試験の一切を無効とし，試験終了時間まで別室で待機を命じる。
12. 試験終了後，解答用紙は裏返し，問題用紙は持ち帰ること。

受験番号		氏　名	

［Ｉ］ 数列 $\{a_n\}$ が次の式で定められるとき，以下の各問いの答えのみを解答用紙に記せ。

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{3a_n + 1} \quad (n = 1, 2, \cdots), \qquad a_1 = \frac{1}{2}$$

問1 a_n を n の式で表せ。

問2 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k a_{k+1} a_{k+2}$ を n の式で表せ。

問3 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1} a_{n+2}$ の値を求めよ。

[II]　$\theta = \dfrac{\pi}{7}$ に対して複素数 z を $z = \cos\theta + i\sin\theta$ (i は虚数単位) と置くとき，以下の各問いの答えのみを解答用紙に記せ。

問 1　z^7 の値を求めよ。

問 2　$z^6 - z^5 + z^4 - z^3 + z^2 - z$ の値を求めよ。

問 3　$\cos\theta$ を z を用いて表せ。

問 4　$\cos 2\theta$ を z を用いて表せ。

問 5　$\cos 3\theta$ を z を用いて表せ。

問 6　$\cos\theta \cdot \cos 2\theta \cdot \cos 3\theta$ の値を求めよ。

問 7　$\cos\theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta$ の値を求めよ。

［III］ 次の極限値を求めよ。

$$\lim_{x \to \sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\pi}}^{x} \frac{(x^2 + \sqrt{\pi}t)e^{t^2}}{(x^3 - \sqrt{\pi}x^2 + \pi x - \pi\sqrt{\pi})t^2 \log t} dt$$

[IV] 大小 2 つのサイコロを振って出た目をそれぞれ m, n とする。$\triangle$OAB において，辺 OA を $m:n$ に内分する点を C, 辺 OB を $n:m$ に内分する点を D とし，線分 AD と線分 BC の交点を E とする。また $\triangle$OAB, $\triangle$EAB の面積をそれぞれ S, T とするとき，以下の各問いに答えよ。

問 1 $\dfrac{T}{S}$ を, m, n を用いて表せ。

問 2 $\dfrac{T}{S}$ の最大値を M とするとき M の値を求めよ。また $\dfrac{T}{S} = M$ となる確率を求めよ。

問 3 $\dfrac{T}{S}$ の最小値とそのときの (m, n) の組を求めよ。

[V]　xy 平面上に，原点を中心とし共通の焦点を持つ 2 つの楕円 A, B がある。これらの長軸はともに x 軸上にあり，それらの長さはそれぞれ $2a, 2b$ (a, b は $a > b > 0$ を満たす定数) である。x 座標が正および負の焦点をそれぞれ F, F$'$ とする。$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす実数 θ に対して，A, B 上にそれぞれ 2 点 P, Q を，次を満たすようにとる。

$$\angle \mathrm{PFF'} = 2\theta, \qquad \angle \mathrm{QFF'} = \theta, \qquad 2 \text{ 点 P, Q の } y \text{ 座標は正}$$

原点と焦点との距離を d （d は $d > 0$ を満たす定数) とし，線分 PF, QF の長さをそれぞれ p, q とするとき，以下の各問いに答えよ。

問 1　p を，a, d, θ を用いて表せ。また q を，b, d, θ を用いて表せ。

問 2　$\dfrac{q}{p}$ が最大値をとるための a, b の条件を求めよ。またその場合の d の値の範囲を，a, b を用いて表せ。

問 3　$\dfrac{q}{p}$ は最小値をとらないことを証明せよ。