岩手医科大学　医学部

平成31年度

一般入学試験問題

数学（60分）

I 注意事項

1　**配布された問題冊子・解答用紙は、試験開始の指示があるまで開かないでください。**

2　ページの脱落や重複、印刷の不鮮明な箇所があった場合には、直ちに監督者に申し出てください。

3　受験番号および解答は必ず解答用紙の所定の欄に記入してください。

4　この問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいません。

5　質問、中途退室など用件のある場合は、手を挙げて申し出てください。

6　退室時は、問題冊子は閉じ、解答用紙は裏返しにしてください。

7　試験に関わるすべての用紙は、持ち帰ることはできません。

II 解答上の注意

1　「**解答上の注意**」が、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

■ 解答上の注意

1　解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{アイ}}$ 、$\boxed{\text{ウ}}$ などには、特に指示がないかぎり、符号（－）、数字（0～9）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 $\boxed{\text{アイ}}$ に－8と答えたいとき

ア	● ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨

なお、同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$ 、$\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、$\boxed{\text{ア}}$ 、$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、$\dfrac{3}{4}$、$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$、$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、$4\sqrt{2}$、$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$、$6\sqrt{2a}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$、$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$、$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

5　解答用紙に正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の**受験番号欄に正しくマークされていない場合は、その科目は0点**となります。

第１問 各面が白色の無地で、記号「○」を書いたり消したりできる、立方体のサイコロがある。ただし、このサイコロを振ったとき、どの面も等しい確率で「出る(上の面になる)」ものとする。

このサイコロを用いて次の操作を繰り返す。

操作：サイコロを３回振り、○が k 回出たら、$2k$ 個の面には○が書かれ、残りの面には何も書かれていない状態になるように、○を書き足したり、消したりする。

最初、２つの面に○が書かれており、残りの面には何も書かれていない。

n 回の操作の後、○が書かれた面の数が２、４、６である確率をそれぞれ p_n、q_n、r_n とする。

このとき、次の問い（**問１～４**）に答えよ。

問１ ２回目の操作の後、○が書かれた面が１つもない確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}$ である。また、２回目の操作の後、すべての面に○が書かれている確率は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}}$ である。

問２ $p_{n+1} = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} p_n + \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} q_n$、$q_{n+1} = \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} p_n + \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} q_n$ が成り立つ。

問３ $p_n = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \left\{ \left(\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \right)^n + \left(\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \right)^n \right\}$

(ただし、$\boxed{\text{ヌ}} < \boxed{\text{ノ}}$)、

$q_n = \dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} \left\{ \left(\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \right)^n - \left(\dfrac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} \right)^n \right\}$

である。

問４ $r_n = \dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}} - \dfrac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}} \left(\dfrac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}} \right)^n + \dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}} \left(\dfrac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}} \right)^n$ である。

（下書き用紙）

第2問　空間の異なる4点O、A、B、Cについて、この4点は同一平面上になく、$\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\mathrm{OC}=\mathrm{AB}=1$、$\mathrm{BC}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$が成り立っている。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$、$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$、$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$として、次の問い（**問1〜4**）に答えよ。

問1　$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$、三角形OABの面積は$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$である。

問2　Bから直線OCに垂線BKを下ろす。直線BK上の点Pについて、

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\vec{c}=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$が成り立つ。

問3　$\vec{c}\cdot\vec{a}$のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{キ}}-\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}<\vec{c}\cdot\vec{a}<\frac{\boxed{\text{サ}}+\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

問4　四面体OABCの体積は$\vec{c}\cdot\vec{a}=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$のとき、最大値$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$をとる。

（下書き用紙）

第３問　座標平面上において、２点$F_1(\sqrt{2},\ \sqrt{2})$、$F_2(-\sqrt{2},\ -\sqrt{2})$からの距離の差が$2\sqrt{3}$であるような点Pの軌跡を$C$とする。また、直線$x+y=2\sqrt{6}$を$l$とし、$l$と$C$の２つの交点のうち、$x$座標の大きい方の点をAとする。

このとき、次の問い（**問１〜４**）に答えよ。

問１　Cの方程式は

$$x^2 - \boxed{\text{ア}}\,xy + y^2 = \boxed{\text{イウ}}$$

である。

問２　点Aの座標は

$$\mathrm{A}\left(\frac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}},\ \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}\right)$$

である。また、点Aを、原点を中心として反時計回りに$\frac{\pi}{4}$回転させた点の座標は

$$\left(\sqrt{\boxed{\text{ケ}}},\ \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}\right)$$

である。

問３　定積分$\displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{1}{(1-x^2)^2}\,dx$の値は

$$\sqrt{\boxed{\text{シ}}} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\log\left(\boxed{\text{ソ}} + \sqrt{\boxed{\text{タ}}}\right)$$

である。

問４　曲線Cと直線lによって囲まれる部分の面積は

$$\boxed{\text{チ}} - \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}\log\left(\boxed{\text{テ}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}}}\right)$$

である。

（下書き用紙）