28医－数

岩手医科大学　医学部

平成28年度

一般入学試験問題

数学

注意事項

1　配布された問題冊子・解答用紙は、試験開始の指示があるまで開かないでください。

2　この問題冊子のページ数は６ページです。（ただし、表紙およびページ番号のない白紙はページ数に含みません。）

3　試験開始の合図とともにすべてのページが揃っているかどうか確認してください。ページの脱落や重複、印刷の不鮮明な箇所があった場合には、直ちに監督者に申し出てください。

4　受験番号および解答は必ず解答用紙の所定の欄に記入してください。

5　この問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいません。

6　質問、中途退室など用件のある場合は、手を挙げて申し出てください。

7　試験に関わるすべての用紙は、持ち帰ることはできません。

岩手医科大学

指示者氏名：

指示内容：数学訂正１点

訂正箇所…第１問　問１　１行目

文中に「正の」を追加する。

（正）不等式…を満たす正の実数 x の…

（誤）不等式…を満たす実数 x の…

受験者への伝達：$\boxed{\text{必要}}$・　不必要

伝達方法：$\boxed{\text{口頭}}$・$\boxed{\text{板書}}$

開始直後に伝達して下さい。

第１問　次の問い（問１～３）に答えよ。

問１　不等式 $(\log_4 x^2)^2 \leqq \log_2 x^2 + 8$ を満たす実数 x の値の範囲は $\dfrac{\boxed{(ア)}}{\boxed{(イ)}} \leqq x \leqq \boxed{(ウ)}$ である。また、この値の範囲において不等式 $(\log_4 x)^2 + a\log_4 x - 3 < 0$ が常に成り立つとき、実数の定数 a のとり得る値の範囲は $-\boxed{(エ)} < a < -\dfrac{\boxed{(オ)}}{\boxed{(カ)}}$ である。

問２　方程式 $3x + 2y = 100$ を満たす自然数の組 $(x,\ y)$ は $\boxed{(キ)}$ 個ある。また、不等式 $3x + 2y < 100$ を満たす自然数の組 $(x,\ y)$ は $\boxed{(ク)}$ 個ある。

問３　α、β を複素数とし、複素数平面において、0、α、β の表す点をそれぞれO、A、Bとする。$\alpha^2 - 3\beta\alpha + 3\beta^2 = 0$ が成り立つとき、

$$\alpha = \beta\left(\frac{\boxed{(ケ)}}{\boxed{(コ)}} \pm \frac{\sqrt{\boxed{(サ)}}}{\boxed{(シ)}}i\right)$$

と表される。さらに、$|\alpha|^2 - \alpha\overline{\beta} - \overline{\alpha}\beta + |\beta|^2 = 9$ が成り立つとき、三角形OABの面積は $\dfrac{\boxed{(ス)}\sqrt{\boxed{(セ)}}}{\boxed{(ソ)}}$ である。ただし、$i = \sqrt{-1}$、$\overline{z}$ は z と共役な複素数を表すものとする。

第2問　S高校の生徒 s_1、s_2 とT高校の生徒 t_1、t_2、t_3、t_4 の計6人を2人ずつの3つのグループに分けて第1試合、第2試合、第3試合で対戦させ、第1試合の勝者と第2試合の勝者が第4試合で対戦し、第3試合の勝者と第4試合の勝者が第5試合で対戦し、この第5試合の勝者を第1位と決めることにする。1つの対戦において引き分けはなく、同じ高校の生徒が対戦するときは $\frac{1}{2}$ の確率で勝者が決まり、S高校とT高校の生徒が対戦するときは $\frac{2}{3}$ の確率でS高校の生徒が勝者になるものとする。また、第1試合から第3試合の対戦の組み合わせは等しい確率で起こるものとし、$k=1$、2、3、4、5に対して事象 A_k を「第 k 試合でS高校の生徒どうしが対戦する」、事象Bを「S高校の生徒が第1位となる」とする。このとき、次の問い（**問1～4**）に答えよ。

問1　1グループ内の生徒の組み合わせが同じでも何試合目で行われるかどうかは区別するが、「s_1 と t_1 の対戦」と「t_1 と s_1 の対戦」のように生徒の順番の入れ替わった組み合わせは区別せず同じ試合と考えるものとする。

第1試合、第2試合、第3試合の3試合で行われる対戦の組み合わせは $\boxed{(ア)}$ 通りである。また、第1試合から第5試合までの5試合で行われる対戦の組み合わせは $\boxed{(イ)}$ 通りである。

問2　事象 A_1 の起こる確率は、$P(A_1)=\dfrac{\boxed{(ウ)}}{\boxed{(エ)}}$ であり、事象 $A_1 \cap B$ の起こる確率は、$P(A_1 \cap B)=\dfrac{\boxed{(オ)}}{\boxed{(カ)}}$ である。

問3　事象Bの起こる確率は、$P(B)=\dfrac{\boxed{(キ)}}{\boxed{(ク)}}$ である。

問4　事象Bが起きたとき、事象 A_4 が起こる条件付き確率は、

$P_B(A_4)=\dfrac{\boxed{(ケ)}}{\boxed{(コ)}}$ である。

第3問　a は $a>1$ を満たす定数とする。xy 平面の $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ において、$C_1 : y = a\cos x$、$C_2 : y = \cos x$、$C_3 : y = \sin x$ とし、C_1、C_2、y 軸の囲む図形をDとし、C_1、C_2、C_3 の囲む図形をEとする。また、図形Dの面積を S_1、図形Eの面積を S_2、図形Dを x 軸の周りに回転してできる立体の体積を V_1、図形Eを x 軸の周りに回転してできる立体の体積を V_2 とする。このとき、次の問い（問1～5）に答えよ。

問1　$a = \sqrt{3}$ のとき、$S_1 = \sqrt{\boxed{(ア)}} - \boxed{(イ)}$ である。また、C_1 と C_3 の交点の x 座標のうち、$0 < x < \frac{\pi}{2}$ の範囲にあるものを t とすると、$\cos t = \dfrac{\boxed{(ウ)}}{\boxed{(エ)}}$、$S_2 = \sqrt{\boxed{(オ)}} + \sqrt{\boxed{(カ)}} - \boxed{(キ)}$ である。ただし、$\boxed{(オ)} > \boxed{(カ)}$ とせよ。

問2　$a = \sqrt{3}$ のとき、$V_2 = \dfrac{\pi\left(\pi + \boxed{(ク)} - \boxed{(ケ)}\sqrt{\boxed{(コ)}}\right)}{\boxed{(サ)}}$ である。

問3　$\displaystyle\lim_{a \to \infty} S_2 = \sqrt{\boxed{(シ)}} - \boxed{(ス)}$ である。

問4　$\displaystyle\lim_{a \to 1+0} \frac{S_2}{S_1} = \frac{\boxed{(セ)} - \sqrt{\boxed{(ソ)}}}{\boxed{(タ)}}$ である。

問5　$\displaystyle\lim_{a \to 1+0} \frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi - \boxed{(チ)}}{\boxed{(ツ)}\,\pi}$ である。