

(解答はすべて解答用紙に記入すること)

1 大小 2 つのサイコロと 4 枚の硬貨を同時に投げる. 2 つのサイコロはどの目も等確率で出るものとし、4 枚の硬貨はどれも表と裏が等確率で出るものとする. 大きいサイコロと小さいサイコロの出た目をそれぞれ a, b とし、4 枚の硬貨のうち、表が出た枚数を n とするとき、円 $C: (x-3+a)^2 + (y-4+b)^2 = 1+n$ について、以下の設問に答えよ.

- (1) 円 C の中心となり得る点は全部で $\boxed{\text{ア}}$ 個あり、このうち、第 1 象限にある点の数は $\boxed{\text{イ}}$ 個である.
- (2) $n=2$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である.
- (3) 円 C の半径が $\frac{3}{2}$ より大きくなる確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である.
- (4) 円 C のグラフが x 軸と交わらないような b の値と n の値の組合せ (b, n) は $\boxed{\text{キ}}$ 通りある.
- (5) 円 C のグラフが y 軸と接する確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である.

2 a を定数とし、 $0 < a < 1$ とするとき、以下の設問に答えよ.

- (1) x の 2 次方程式 $x^2 - 2(a-1)x + 1 - 4a^2 = 0$ において、判別式 $D = \boxed{\text{ア}}a^2 + \boxed{\text{イ}}a + \boxed{\text{ウ}}$ であり、この方程式が重解をもつような a の値は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である.
- (2) 設問(1)の 2 次方程式が $-1 < x < 0$ の範囲に異なる 2 つの解をもつような a の値の範囲は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} < a < \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である.
- (3) x の方程式 $(\log_2 x)^2 - 2(a-1)\log_2 x + 1 - 4a^2 = 0$ が $\frac{1}{2} < x < 1$ の範囲に異なる 2 つの解 α, β をもつとき、 $\alpha\beta = 2^{\boxed{\text{コ}}a + \boxed{\text{ク}}}$ と表される. よって、 $\alpha\beta$ のとり得る値の範囲は $\frac{1}{2^{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}} < \alpha\beta < \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である.
また、 $L = (\log_2 \alpha)^2 + (\log_2 \beta)^2$ として、 L を a を用いた式で表すと、 $L = \boxed{\text{ソ}}a^2 + \boxed{\text{タ}}a + \boxed{\text{チ}}$ である.
これより、 L のとり得る値の範囲は $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} < L < \boxed{\text{ト}}$ である.

3 $k \neq 0$ とする. 円 $x^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 4$ と放物線 $y^2 = kx$ が点 $(1, a)$ で交わる時、以下の設問に答えよ.

- (1) $a = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ 、 $k = \boxed{\text{ウ}}$ である.
- (2) 連立不等式
$$\begin{cases} x^2 + (y-\sqrt{3})^2 \leq 4 \\ y^2 \leq kx \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 の表す領域を D_1 とする. 点 (x, y) が領域 D_1 を動くとき、 $y - 4x$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ で、最大値を与える x, y の値はそれぞれ $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ 、 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である.
- (3) 不等式 $x \leq 1$ の表す領域と、設問(2)の領域 D_1 の共通部分を D_2 とするとき、領域 D_2 を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\boxed{\text{コ}}\pi$ である.
- (4) 設問(2)の領域 D_1 を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\frac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi^2$ である.