大阪医科大学

平成25年度入学試験問題（後期）

数　　　　学

注　　意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机上に出しておくこと。

数　学（後　期）

〔1〕 xy 平面に3点 A$(0,\ 1)$，B$(0,\ -1)$，C$(-1,\ 0)$をとる。実数 t に対して，直線AC上を動く点 P$\left(\dfrac{-(t+1)}{2},\ \dfrac{1-t}{2}\right)$と，直線BC上を動く点 Q$\left(\dfrac{t-1}{2},\ \dfrac{-(t+1)}{2}\right)$がある。

(1) 直線AQ，BPの方程式を t を用いて表せ。

(2) この2直線の交点Rを求めよ。

(3) (2)の点Rが描く曲線の方程式を導け。

(4) $t\to\infty$，$t\to-\infty$のそれぞれに対して，(2)の点Rはどんな点に近づくか。

〔2〕 1辺の長さが1の正四面体OABCの辺OA，OB上にそれぞれ点P，QをOP $=t$，OQ $=t\,(0<t<1)$となるようにとる。PとQを四面体OABCの表面に沿い△OABの内部を通らない折れ線 l で結ぶ。

(1) 四面体OABCの表面を辺OA，OB，OCに沿って切り開いたときの展開図から面OABを除いた図を描け。なお，図の各頂点には，対応する四面体の頂点O，A，B，Cの記号をつけよ。

(2) l が辺AC，BCと交わるとの条件の下で，l の長さの最小値を t を用いて表せ。

(3) l の長さの最小値を t を用いて表せ。

〔3〕 a，b，c は $bc\neq0$ をみたす実数とする。行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & 0\end{pmatrix}$ を用いた $\begin{pmatrix} x' \\ y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y\end{pmatrix}$ により平面上の点$(x,\ y)$を点$(x',\ y')$に移す1次変換が直線 l をまた直線 l に移すとき，l を A 不変な直線とよぶ。

(1) 原点を通らない直線で A 不変なものが存在するとき，a，b，c のみたす条件を求めよ。

(2) a，b，c が(1)の条件をみたすとき，原点を通る直線で A 不変なものをすべて求め，直線の方程式を b，c で表せ。

〔4〕 $0<x<3$ の範囲で，$f(x)=\log\dfrac{1}{x+3}+\log\dfrac{1}{x}+\log\dfrac{1}{3-x}$ とおく。曲線 $y=f(x)$ を C と表す。

(1) $f(x)$ が極値をとるときの x の値と，極限 $\displaystyle\lim_{x\to+0}f(x)$，$\displaystyle\lim_{x\to3-0}f(x)$ を調べて，曲線 C の概形を描け。

a，b を $0<a<b<3$，$f(a)=f(b)$ の条件をみたすようにとり，2点 P$(a,\ f(a))$，Q$(b,\ f(b))$のそれぞれにおける曲線 C の接線の交点の x 座標を c とする。

(2) 条件 $f(a)=f(b)$ から導かれる a，b のみたす関係式を，できるだけ簡単な形で求めよ。

(3) a，b が(2)の関係式をみたしながら動くとき，c の値の範囲を求めよ。

〔5〕 数直線の原点に置いた石に対して，下記の操作Aをつぎつぎに行う。

操作A：石が原点にあるときには2枚の硬貨を投げて，表が2枚なら石を$+2$移動させ，裏が2枚なら石を-2移動させ，表，裏1枚ずつなら石は移動させない。石が原点以外の整数点にあるときには1枚の硬貨を投げて，表なら石を$+1$移動させ，裏なら石を-1移動させる。

硬貨を投げるとき，表，裏の出る確率はそれぞれ $\dfrac{1}{2}$ とする。n を自然数とし，操作Aを n 回行った後に石のある点の座標を X_n とおく。

(1) $X_n=n+1$ となる確率を求めよ。

(2) $n\geqq2$ であるとき，$X_n=n$ となる確率を求めよ。

(3) $n\geqq3$ であるとき，$X_n=n-1$ となる確率を求めよ。