

平成 23 年度 入学 試験 問題 (後期)

数 学

注 意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机に出しておくこと。

# 数 学 (後 期)

[ 1 ]  $a, b$  を実数として,  $x$  についての 2 次方程式  $x^2 + 2bx + a^2 - 2a = 0$  を考える。

- (1) この方程式が実数でない解をもつための  $a, b$  の条件を求めよ。また  $(a, b)$  の範囲を図示せよ。
- (2) (1) の条件の下でさらに,  $i$  を虚数単位として, 上の方程式の異なる 2 つの解  $z, w$  が  $z = iw$  をみたすための  $a, b$  の条件を求めよ。また, この条件をみたす  $(a, b)$  を図示せよ。

[ 2 ]  $x > 0, y > 0$  の範囲でつぎのようにおく。

$$f(x, y) = (\log_2 x \cdot \log_4 x^2)^2 - (\log_{\frac{1}{2}} x^2 y^2) \log_2 \frac{y}{x} + \log_2 y \cdot \log_2 \frac{1}{y} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{y^2}{4}$$

- (1)  $u = \log_2 x, v = \log_2 y$  とおくと,  $f(x, y)$  を  $u$  と  $v$  を使って表せ。
- (2)  $1.5 < \log_2 3 < 2$  を示せ。
- (3)  $f(x, y) \leq 1$  をみたすすべての正整数の組  $(x, y)$  を求めよ。

[ 3 ] 四角形 OACB に対して,  $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{a} \cdot \vec{b} = k$  と表すとき,

$$|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 1, \vec{OC} = \vec{a} + \vec{b}, k < \frac{1}{2}$$

が成り立つとする。

- (1) 正の数  $t$  を用いて  $\vec{OD} = \vec{OC} + t\vec{BA}$  と表せる点  $D$  を,  $|\vec{AB}| = |\vec{BD}|$  となるようにとれることを示し,  $t$  を  $k$  を用いて表せ。
- (2) 直線  $BD$  と直線  $AC$  の交点を  $E$  とするとき,  $\vec{OE}$  を  $\vec{a}, \vec{b}$  と (1) の  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $k = 0$  のとき  $\triangle ADE$  は二等辺三角形であることを示せ。

[ 4 ]  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + ax + b)^2 dx$  とおく。

- (1) 定積分  $I$  の値を求め,  $a, b$  を用いて表せ。
- (2)  $a, b$  について恒等的につぎの等式がなりたつような定数  $p, q, r, s, t, u$  の値を求めよ。

$$I = p(a + qb + r)^2 + sb^2 + tb + u$$

- (3) 定積分  $I$  の値が最小となる  $a, b$  の値を求めよ。

[ 5 ] 白石 5 個, 黒石 5 個が 1 つの袋に入っている。確率変数  $X, Y$  をつぎのように定める。

この袋の中をよくかき回してから 5 個の石を取り出すとき, 個数の多い方の石の色を  $C$  と表す。例えば, 白が 3 個, 黒が 2 個のときは  $C$  は白である。取り出した石のうち色  $C$  の石の個数を  $X$  とする。

つぎに, 取り出した石のうち, 色が  $C$  の石  $X$  個は残して色が  $C$  でない石  $5 - X$  個をすべて袋に戻す。袋の中をよくかき回してから  $5 - X$  個の石を取り出して, 戻さず残してあった  $X$  個の石と合わせた 5 個の石のうちで, 色が  $C$  の石の個数を  $Y$  とする。ただし,  $X = 5$  のときは  $Y = 5$  である。

- (1)  $X$  の確率分布を求めよ。
- (2)  $Y$  の確率分布を求めよ。

数 学 (後 期)

(その1)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

下の線より上には解答を記入しないこと

---

{1}

数 学 (後 期)

(その2)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

下の線より上には解答を記入しないこと

---

[2]

数 学 (後 期)

(その3)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

下の線より上には解答を記入しないこと

---

[3]

数 学 (後 期)

(その4)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

下の線より上には解答を記入しないこと

---

[4]

数 学 (後 期)

(その5)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

受 験 番 号

数 学  
(後 期)

下の線より上には解答を記入しないこと

[5]

1	
2	
3	
4	
5	
計	