平成22年度入学試験問題(後期)

数　　学

注　意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机上に出しておくこと。

数　学（後　期）

〔1〕

(1)　2次式 $g(x)=ax^2+bx+c$ が与えられたとき，すべての自然数 n に対して $f(n+1)-2f(n)=g(n)$ が成り立つような2次式 $f(x)$ を，a，b，c を用いて求めよ。

(2)　漸化式 $a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+n^2-n-3$ $(n=1,\ 2,\ \cdots)$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n で表せ。

〔2〕　△OABにおいて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とし，$|\vec{a}|=a$，$|\vec{b}|=b$ と表す。$0<c<1$ をみたす定数 c に対して，点Cを $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=c\vec{b}$ となるようにとる。また辺AB上に点Dを，直線ODが∠BOAの二等分線であるようにとる。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=s\vec{a}+t\vec{b}$ と表すときの s，t を a と b を用いて求めよ。

(2)　辺OA，OB上にそれぞれ点F，Gを，AF＝OG，FG//ACとなるようにとるとき，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を a，b，c と $\vec{a}$ を用いて表せ。

(3)　直線ACとODの交点をNとすると，四角形FANGは平行四辺形となることを証明せよ。

〔3〕　a，b を正の定数として，x，y を座標とする座標平面上で点PとQを次のように動かす。Qは直線 $y=a$ の $x>0$ の部分を動き，原点O，点Q，点Pはこの順序に一直線上にあり，PQ＝b である。このとき，点Pの描く曲線を C とする。

(1)　OQが x 軸の正方向となす角を $\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とするとき，点Pの x 座標，y 座標をそれぞれ θ，a，b を用いて表せ。

(2)　Pを通って x 軸と平行な直線と，Oを通りQOと垂直な直線との交点をMとする。点Pにおける曲線 C の接線と直線MQは平行であることを示せ。

〔4〕　$g_n=\displaystyle\int_0^1 x^n\sqrt{1-x^2}\,dx$　$(n=1,\ 2,\ \cdots)$ とおく。

(1)　不定積分 $\displaystyle\int x\sqrt{1-x^2}\,dx$ を求めよ。

(2)　$n\geqq 1$ のとき，$g_n\geqq g_{n+1}$ を示せ。

(3)　$n\geqq 2$ のとき，$g_{n+1}=\dfrac{n}{n+3}g_{n-1}$ を示せ。

(4)　$n\geqq 2$ のとき，$1\geqq\dfrac{g_n}{g_{n-1}}\geqq\dfrac{n}{n+3}$ を示せ。

〔5〕　さいころを6回投げる。

(1)　出た目6個に含まれる異なる数が丁度5個である確率を求めよ。

(2)　出た目6個に含まれる異なる数が丁度5個で，かつ，1と6の両方の数が含まれる確率を求めよ。

数　学（後　期）

受験番号		氏名	

（その１）

下の線より上には解答を記入しないこと

〔１〕

数　学（後　期）

（その２）

受験番号		氏名	

下の線より上には解答を記入しないこと

〔２〕

数　学（後　期）	受験番号		氏名	

（その３）

下の線より上には解答を記入しないこと

〔３〕

数　学（後　期）

（その４）

受験番号		氏名	

下の線より上には解答を記入しないこと

〔４〕

数　学（後　期）

（その５）

受験番号		氏名	

下の線より上には解答を記入しないこと

〔５〕

受験番号

数　学（後　期）

1	
2	
3	
4	
5	
計	