大阪医科大学

平 成 30 年 度 入 学 試 験 問 題（前期）

数　　　学

注　　意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机上に出しておくこと。

数　学（前　期）

〔1〕 $f(x) = \dfrac{1}{27}x^3(x-5)^2$ とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの概形を，極値を調べて描け。ただし，変曲点は求めなくともよい。

(2) $y = f(x)$ と $y = x$ の共有点はいくつあるか。

〔2〕 $a,\ b,\ c > 0$ とする。

(1) 不等式 $8abc \leqq (a+b)(b+c)(c+a)$ を示せ。

(2) $x = b + c - a,\ y = c + a - b,\ z = a + b - c$ とするとき，$a,\ b,\ c$ をそれぞれ $x,\ y,\ z$ で表せ。

(3) 不等式 $(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b) \leqq abc$ を示せ。

〔3〕 θ を $0 < \theta < \pi$ を満たす実数とする。空間内の4点

$$\mathrm{A}(1,0,0),\ \mathrm{B}(-1,0,0),\ \mathrm{C}(\cos\theta,\ \sin\theta,\ 1),\ \mathrm{D}(-\cos\theta,\ -\sin\theta,\ 1)$$

を頂点とする四面体ABCDを考える。

(1) 四面体ABCDを平面 $z = t\ (0 < t < 1)$ で切った切り口は平行四辺形であることを示し，2つの対角線の長さを θ と t を用いて表せ。

(2) 四面体ABCDを z 軸の回りに回転させるとき，四面体が通過してできる立体の体積を θ を用いて表せ。

〔4〕 r を正の整数とする。親1人，子 r 人が次のようなゲームを行う。まず，子 r 人が一度ずつさいころを投げて，出た目 $(1 \sim 6)$ を記入した券を受け取る。次に，$n \geqq 6$ として1から n までの番号が1つずつ書かれた n 枚の札を箱に入れ，親が1枚取り出して，その札の番号を k とする。$k > 6$ なら当たりは無し，$k \leqq 6$ なら番号 k の券を持っている子をすべて当たりとする。このとき次の確率はいくらか。

(1) $k > 6$ である。

(2) 当たりがいない。

(3) 当たりが x 人 $(1 \leqq x \leqq r)$ いる。

〔5〕 △ABCの内接円が辺BC，CA，ABに接する点をそれぞれ$\mathrm{A_1}$，$\mathrm{B_1}$，$\mathrm{C_1}$とする。また，各辺の長さを $\mathrm{BC} = a$，$\mathrm{CA} = b$，$\mathrm{AB} = c$ とし，$\dfrac{a+b+c}{2} = s$ とする。

(1) 長さ$\mathrm{BA_1}$，$\mathrm{CB_1}$，$\mathrm{AC_1}$を $a,\ b,\ c$ を用いて表せ。ただし s も用いてよい。

(2) $\mathrm{AA_1}$と$\mathrm{BB_1}$の交点をRとするとき，$\dfrac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RA_1}}$ を $a,\ b,\ c$ を用いて表せ。ただし s も用いてよい。

(3) 線分$\mathrm{AA_1}$，$\mathrm{BB_1}$，$\mathrm{CC_1}$は点Rで交わることを示せ。