

# 大阪医科大学

## 平成 29 年度 入学 試験 問題 (前期)

### 数 学

#### 注 意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机に出しておくこと。

# 大阪医科大学

平成 29 年度医学部一般入試（前期）の問題訂正箇所について

標記のことにつき、以下のとおり訂正箇所がありますのでお知らせします。

記

数 学

●訂正箇所：大問〔5〕 問題文 1行目

【誤】…原点を中心…

↓

【正】…原点○を中心…

<オー>

以 上

# 数 学 ( 前 期 )

- [ 1 ]  $f(t) = t^3 - t$ ,  $g(t) = e^{-t^2}$  として、座標平面上の曲線  $C$  を  $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$  によって定義する。
- (1)  $t$  の異なる 2 個以上の値が  $C$  上の同じ点に対応するような点の座標を求め、それぞれの  $t$  の値において  $\frac{dy}{dx}$  の値を求めよ。
  - (2)  $C$  の接線が  $x$  軸または  $y$  軸に平行となるような点の  $t$ ,  $x$ ,  $y$  の値を求めよ。
  - (3) (2) で求めた  $t$  の値で区切られた区間での  $C$  の接線の傾きの正負を求めよ。
  - (4) (1), (2), (3) の結果を参考にして  $C$  のグラフの概形を描け(変曲点を調べる必要はない)。なお、 $\frac{1}{e} \doteq 0.37$ ,  $\frac{1}{\sqrt[3]{e}} \doteq 0.72$ ,  $\frac{1}{\sqrt{3}} \doteq 0.58$ ,  $\frac{2}{3\sqrt{3}} \doteq 0.38$  を参考にしても良い。
- [ 2 ] 円  $x^2 + y^2 = 1$  に内接する正三角形  $\triangle ABC$  と  $\triangle D'E'F'$  がある。  $A$ ,  $D'$  の座標はそれぞれ  $(0, 1)$ ,  $(0, -1)$  で  $C$ ,  $E'$  の  $x$  座標は正である。空間で、点  $D'$ ,  $E'$ ,  $F'$  をそれぞれ  $z$  軸の正方向に 1 平行移動した点をそれぞれ  $D$ ,  $E$ ,  $F$  とする。  $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  を底面とし、側面は  $\triangle FAB$ ,  $\triangle FEA$  など互いに合同な 6 個の二等辺三角形である八面体を  $K$  とする。
- (1)  $0 < t < 1$  である  $t$  に対して、  $\triangle DFB$  の平面  $z = t$  による切り口の線分の長さを  $t$  で表せ。
  - (2)  $0 < t < 1$  である  $t$  に対して、  $K$  の平面  $z = t$  による切り口の面積を  $t$  で表せ。
  - (3) 八面体  $K$  の体積を求めよ。
- [ 3 ] 平面上の  $\triangle ABC$  の三辺の長さを  $a = BC$ ,  $b = CA$ ,  $c = AB$  とし、  $\triangle ABC$  の内心を  $I$  とする。
- (1) 直線  $IA$  と辺  $BC$  の交点を  $M$  とするとき、  $M$  は辺  $BC$  を  $c : b$  に内分することを示せ。
  - (2)  $a\vec{IA} + b\vec{IB} + c\vec{IC} = \vec{0}$  であることを示せ。
  - (3) 平面上の点  $P$  について、  $a|\vec{PA}|^2 + b|\vec{PB}|^2 + c|\vec{PC}|^2$  は、  $P = I$  において最小となることを示せ。
- [ 4 ] 袋の中に赤玉  $a$  個、白玉  $20 - a$  個の計 20 個の玉が入っている ( $0 \leq a \leq 20$ )。袋の中をかき混ぜてから同時に 4 個の玉を取り出すとき、赤玉の個数が 1 個以下である確率を  $P(a)$  と表す。
- (1)  $P(a)$  は  $a$  の多項式であることを示し、因数分解された形で  $P(a)$  を表せ。
  - (2)  $0 \leq a \leq 19$  の範囲の整数  $a$  に対して、  $P(a)$  と  $P(a + 1)$  の大小を調べよ。
  - (3)  $0 \leq a \leq 20$  の範囲の整数  $a$  に対して、  $P(a) > 0.95$  を満たす  $a$  をすべて求めよ。
- [ 5 ] 複素数平面上の原点を中心とする半径 1 の円周上にある 3 点  $A(\alpha)$ ,  $B(\beta)$ ,  $C(\gamma)$  を 3 頂点とする直角三角形でない三角形  $\triangle ABC$  を考える。  $A$ ,  $B$ ,  $C$  を原点の周りに角  $2\theta$  ( $0 < 2\theta < \pi$ ) 回転させて得られる点をそれぞれ  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  とする。直線  $AB$  と  $A_1B_1$  の交点を  $R$  とする。  $AB$  の中点を  $M$ ,  $A_1B_1$  の中点を  $M_1$  とする。
- (1)  $\triangle OMR$  と  $\triangle OM_1R$  は合同であることを示せ。
  - (2)  $\angle MOR = \theta$  であることを示せ。
- $BC$  と  $B_1C_1$  の交点、  $CA$  と  $C_1A_1$  の交点をそれぞれ  $P$ ,  $Q$  とする。また、  $i$  を虚数単位とし、  $\lambda = \frac{\cos \theta + i \sin \theta}{2 \cos \theta}$  とおく。
- (3) 点  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  を表す複素数をそれぞれ  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\lambda$  によって表せ。
  - (4) ある点  $D(\delta)$  を中心として、  $\triangle ABC$  を回転しある一定の比率で拡大または縮小すると  $\triangle PQR$  に重なることを示し、このような  $\delta$  を  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\lambda$  によって表せ。