

平成23年度入学試験問題(前期)

数 学

注 意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机に出しておくこと。

# 数 学 ( 前 期 )

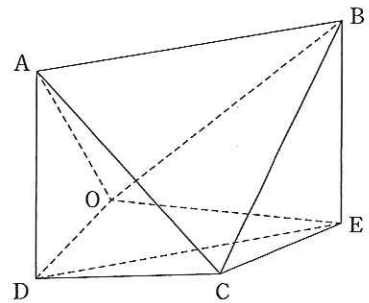
[ 1 ]  $f(x) = -x^3 - 3x + 10$  とおき、点  $P(t, f(t))$  における曲線  $y = f(x)$  の接線を  $l$  とする。

- (1) 直線  $l$  と  $x$  軸の交点および  $l$  と  $y$  軸の交点の座標を求めよ。
- (2) 正の数  $t$  が動くとき、 $l$ ,  $x$  軸,  $y$  軸の 3 直線で囲まれる三角形の面積  $S(t)$  の最小値を求めよ。

[ 2 ] 半径 1 の円に内接している四角形  $ABCD$  において、 $A, B, C, D$  は反時計回りに並んでいて、 $\angle A = \angle D = 120^\circ$  である。  
 $AD = a$  とおく。

- (1) 対角線  $BD, AC$  の長さは  $a$  によらず一定であることを示し、それらの長さを求めよ。
- (2)  $\triangle ACD$  と  $\triangle DBA$  は合同であることを示せ。
- (3) 辺  $BC$  の長さを  $a$  を用いて表せ。

[ 3 ] 原点を  $O(0, 0, 0)$  とする空間に  $O$  と 5 点  $A(\sqrt{2}, 0, 1), B(0, \sqrt{2}, 1), C(1, 1, 0), D(\sqrt{2}, 0, 0), E(0, \sqrt{2}, 0)$  を頂点とする右図のような立体  $K$  がある。



- (1) 四角形  $ADEB$  は長方形であることを示せ。
- (2) 四角形  $ADEB$  を含む平面と直線  $OC$  は直交することを示せ。
- (3) 立体  $K$  の体積、四面体  $AODC$  の体積、四面体  $OABC$  の体積をそれぞれ求めよ。

[ 4 ] (1)  $a$  を定数として、定積分  $\int_0^a (t+1)e^t dt$  を計算せよ。

(2) すべての負でない整数  $k$  に対して、 $\int_k^{k+1} e^t dt = Ae^k, \int_k^{k+1} (t+1)e^t dt = Be^k + Cke^k$  が成り立つような、 $k$  によらない定数  $A, B, C$  を求めよ。

(3)  $n$  を自然数とする。級数  $\sum_{k=0}^n e^k, \sum_{k=0}^n ke^k$  のそれぞれの値を  $n$  を用いて表せ。

[ 5 ] 箱が  $A, B$  の 2 つあって、始めにそれぞれに白札が 1 枚と赤札が 1 枚入っている。また、操作  $S$  とは次の操作を意味するものとする。

操作  $S$ : 両方の箱をよくかき混ぜてから、札を 1 枚ずつ取り出して、  
それらの札を取り出した箱とは異なる方の箱に入れる。

したがって、各箱の札の数は操作  $S$  の前後で変わらず 2 枚である。また自然数  $n$  に対して、始めの状態から操作  $S$  を次々に  $n$  回行なった後に箱  $A$  にある白札の枚数が 1 である確率を  $p_n$  とする。

- (1)  $p_1$  を求めよ。
- (2)  $p_{n+1}$  を  $p_n$  を用いて表す漸化式を求めよ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  を求めよ。

数 学 (前 期)

(その1)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

下の線より上には解答を記入しないこと

---

[1]

数 学 (前 期)

(その2)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

下の線より上には解答を記入しないこと

---

[2]

数 学 (前 期)

(その3)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

下の線より上には解答を記入しないこと

---

[3]

数 学 (前 期)

(その4)

受験  
番号

氏  
名

下の線より上には解答を記入しないこと

---

[4]

数 学 (前 期)

(その5)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

受 験 番 号

数 学  
(前 期)

下の線より上には解答を記入しないこと

[5]

1	
2	
3	
4	
5	
計	