大阪医科大学 医学部

平成22年度入学試験問題（前期）

数　学

注　意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机上に出しておくこと。

数　学（前　期）

〔1〕 すべての実数で微分可能な関数$f(x)$，$g(x)$とそれぞれの導関数$f'(x)$，$g'(x)$が関係式

$$f'(x)=g(x),$$
$$g'(x)=-f(x)$$

をみたすとする。

(1) $F(x)=f(x)\cos x-g(x)\sin x,$
$G(x)=f(x)\sin x+g(x)\cos x$
で定義された関数$F(x)$，$G(x)$に対して，それぞれの導関数$F'(x)$，$G'(x)$を計算せよ。

(2) $f(0)=1$，$g(0)=0$のとき，$f(x)$，$g(x)$はどのような関数か。

〔2〕 自然数nに対して次のようにおく。

$$a_n=1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\log n,$$
$$b_n=1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\log(n+1)$$

(1) $n\geqq 2$のとき，$a_n<a_{n-1}$，$b_n>b_{n-1}$を示せ。

不等式$1.09<\log 3<1.1$を用いて，(2)，(3)に答えよ。

(2) $n\geqq 2$のとき，$b_n>0.4$を示せ。

(3) $n\geqq 3$のとき，$0.4<a_n<0.75$を示せ。

〔3〕 空間の原点をO(0，0，0)とする。3点A(2，2，3)，B(−1，4，2)，C(2，−4，−3)を通る平面をαとする。

(1) 空間の点Pが平面αの上にあるためには，実数s，tが存在して
$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}+(1-s-t)\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$
となることが必要十分であることを示せ。

(2) 平面αがx軸，y軸，z軸と交わる点をK，L，Mとする。この3点の座標を求めよ。

〔4〕 すべての実数で$f(x)$は連続な導関数$f'(x)$をもつ関数として，$g(x)=\int_{-1}^{1}f'(t)f(x-t)\,dt$とおく。一般に関数$h(x)$において，常に$h(-x)=h(x)$が成り立つとき$h(x)$は偶関数，常に$h(-x)=-h(x)$が成り立つとき$h(x)$は奇関数であるという。

(1) $f(x)$が偶関数ならば$f'(x)$は奇関数，$f(x)$が奇関数ならば$f'(x)$は偶関数であることを示せ。

(2) $f(x)$が偶関数または奇関数であるとき，$g(x)$は奇関数であることを示せ。

(3) $f(x)=x^n$（nは自然数）のとき$g(x)$は整式である。その$g(x)$の0でない最高次の項を求めよ。

〔5〕 1，2，3の目がそれぞれ2面ずつに書かれたさいころがある。数直線上の点x（xは整数）に置かれた石を次のような操作Aで別の点に移動させる。

点xに置かれた石に対する操作A：上のさいころを投げて出た目をZ($1\leqq Z\leqq 3$)とする。
$x\geqq 0$ならば石を点$(x-Z)$に移動させ，$x<0$ならば点$(x+Z)$に移動させる。

始めに石を数直線の原点Oに置く。1回目の操作Aで石が移動した点をX_1とする。これを繰り返し，点X_{n-1}に置かれた石に対してn回目の操作Aを行って石が移動した点をX_nとする。

(1) 事象$X_n=0$が起きる確率をp_nとおく($n\geqq 1$)。数列$\{p_n\}$は，初項$p_1=0$と漸化式$p_{n+1}=\frac{1}{3}(1-p_n)$ ($n\geqq 1$)をみたすことを示せ。

(2) (1)の初項と漸化式で定められる数列$\{p_n\}$の一般項を求めよ。

(3) 事象$X_n=-3$が起きる確率をq_nとおく($n\geqq 1$)。q_nをnを用いて表せ。

数　学（前　期）	受験番号		氏名	

（その１）

下の線より上には解答を記入しないこと

〔1〕

数　学（前　期）

（その２）

受験番号		氏名	

下の線より上には解答を記入しないこと

〔２〕

数　学（前　期）

（その３）

受験番号		氏名	

下の線より上には解答を記入しないこと

〔３〕

受験番号		氏名	

下の線より上には解答を記入しないこと

〔４〕

数　学（前　期）

（その５）

受験番号		氏名	

下の線より上には解答を記入しないこと

〔５〕

受験番号

数　学（前　期）

1	
2	
3	
4	
5	
計	