医学部［一般・学士］ 模範解答 英語，数学，理科（物理・化学・生物）

英語

Ⅰ	問1	1	5
		2	4
		3	1
		4	5
		5	5
		6	1
		7	4
	問2	8	4
		9	1
		10	2
		11	2
		12	4
	問3	13	1
		14	3
		15	5
		16	4
	問4	17	3
		18	1
		19	3
		20	2
Ⅱ	問1	21	5
		22	6
		23	10
		24	3
		25	9
		26	4
		27	7
		28	2
		29	8
		30	1
	問2	31	3
		32	3
		33	5

Ⅲ	34	5
	35	2
	36	3
	37	4
	38	3
Ⅳ	39	10
	40	5
	41	10
	42	9
	43	9
	44	2
	45	2
	46	6
	47	7
	48	5
	49	2
	50	1

数学

【1】次の $\boxed{}$ にあてはまる答を下の解答欄に記せ。

(1) a と θ を実数とし，2 次方程式 $x^2-\sqrt{7}\,ax+3a^3=0$ の 2 つの解を $\sin\theta$，$\cos\theta$ とする。このとき，a の値は $\boxed{(ア)}$ または $\boxed{(イ)}$ である。ただし，$\boxed{(ア)}<\boxed{(イ)}$ とする。さらに，$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ であれば，$\sin\theta=\boxed{(ウ)}$ である。

(2) x, y, z を 0 以上の整数とする。このとき

(i) $x+y+z=9$ を満たす x, y, z の組の総数は $\boxed{(エ)}$ である。

(ii) $x+y+z\leqq9$ を満たす x, y, z の組の総数は $\boxed{(オ)}$ である。

(iii) $x+y+z\leqq9$ を満たす x, y, z の組のうち，x, y, z がすべて相異なるものの総数は $\boxed{(カ)}$ である。

(3) a を $0\leqq a\leqq1$ を満たす定数とする。直線 $y=1-x$ と x 軸，y 軸で囲まれた図形を直線 $y=a$ の周りに 1 回転してできる回転体の体積を $V(a)$ とする。このとき $V(a)$ は，$0\leqq a<\dfrac{1}{2}$ ならば $\boxed{(キ)}$，$\dfrac{1}{2}\leqq a\leqq1$ ならば $\boxed{(ク)}$ である。また，$V(a)$ のとり得る値の範囲は $\boxed{(ケ)}$ である。

(4) 1 辺の長さが 2 の正四面体 OABC がある。辺 OA の中点を M，辺 OB の中点を N とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおく。

このとき，$\cos\angle MCN$ の値は $\boxed{(コ)}$ である。また，頂点 O から平面 MNC に下ろした垂線と平面 MNC の交点を H とするとき，$\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表すと，$\overrightarrow{OH}=\boxed{(サ)}\,\vec{a}+\boxed{(シ)}\,\vec{b}-\boxed{(ス)}\,\vec{c}$ である。さらに，直線 OH と平面 ABC の交点を F とするとき，$\dfrac{OH}{HF}$ の値は $\boxed{(セ)}$ である。

解答欄

(1)

(ア)	(イ)	(ウ)
$-\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{7}-1}{4}$

(2)

(エ)	(オ)	(カ)
55	220	138

(3)

(キ)	(ク)	(ケ)
$\pi\left(a^3+a^2-a+\dfrac{1}{3}\right)$	$\pi\left(-\dfrac{a^3}{3}+a^2\right)$	$\dfrac{4}{27}\pi\leqq V(a)\leqq\dfrac{2}{3}\pi$

(4)

(コ)	(サ)	(シ)	(ス)	(セ)
$\dfrac{5}{6}$	$\dfrac{3}{11}$	$\dfrac{3}{11}$	$\dfrac{1}{11}$	$\dfrac{5}{6}$

【2】AB＝3，BC＝5，CD＋DA＝12 である四角形 ABCD が円に内接している。CD＝x とおく。次の問に答えよ。

(1) AC＝$3\sqrt{6}$ のとき，x の値を求めよ。

$\angle$ABC＝θ とおく。四角形 ABCD がある円に内接しているので，$\angle$CDA＝$\pi-\theta$ である。

$\triangle$ABC に余弦定理を用いると，$9+25-30\cos\theta=\mathrm{AC}^2$ …①

また，$\triangle$CDA に余弦定理を用いると，DA＝$12-x$，$\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$ なので

$x^2+(12-x)^2+2x(12-x)\cos\theta=\mathrm{AC}^2$ …②

特に，AC＝$3\sqrt{6}$ のとき，①より，$34-30\cos\theta=54$，　$\therefore\cos\theta=-\dfrac{2}{3}$

AC＝$3\sqrt{6}$ と $\cos\theta=-\dfrac{2}{3}$ を②に代入すると

$x^2+(12-x)^2-\dfrac{4}{3}x(12-x)=54$，　これを整理して，$\dfrac{10}{3}(x-9)(x-3)=0$

答　3，9

(2) x のとり得る値の範囲を求めよ。

①，②より，$\mathrm{AC}^2=9+25-30\cos\theta=x^2+(12-x)^2+2x(12-x)\cos\theta$

$\cos\theta$ についてまとめると，

$\{2x(12-x)+30\}\cos\theta=34-x^2-(12-x)^2$，すなわち $(-2x^2+24x+30)\cos\theta=-2x^2+24x-110$ …③

$0<x<12$ より $\cos\theta$ の係数は正であり，また $0<\theta<\pi$ より $-1<\cos\theta<1$ なので

$-(-2x^2+24x+30)<-2x^2+24x-110<-2x^2+24x+30$ …④

④の左側の不等式から，$4x^2-48x+80=4(x-2)(x-10)<0$，これを解いて $2<x<10$ …⑤

一方，④の右側の不等式は常に成立するので，④を満たす x の範囲は⑤である。

逆に，$2<x<10$ のとき，③を満たすように $\theta(0<\theta<\pi)$ の値を定め，$\angle$ABC＝θ と定めると，上の議論の逆をたどり，円に内接する四角形 ABCD が構成できることが証明できる。

答　$2<x<10$

(3) 四角形 ABCD の面積の最大値を求めよ。

四角形 ABCD の面積を S とすると

$S=$(△ABC の面積)$+$(△CDA の面積)$=\dfrac{15}{2}\sin\theta+\dfrac{x(12-x)}{2}\sin(\pi-\theta)=\dfrac{1}{2}(-x^2+12x+15)\sin\theta$

③より，$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)=\dfrac{140}{-2x^2+24x+30}\cdot\dfrac{-4x^2+48x-80}{-2x^2+24x+30}=\dfrac{140(-x^2+12x-20)}{(-x^2+12x+15)^2}$

$\therefore S^2=\dfrac{1}{4}(-x^2+12x+15)^2\sin^2\theta=35(-x^2+12x-20)=35\{-(x-6)^2+16\}$

$x=6$ は (2) の条件を満たしているので，S^2 は $x=6$ のとき最大値 $35\cdot16$ をとり，したがって S は $x=6$ のとき最大値$4\sqrt{35}$をとる。

答　$4\sqrt{35}$

(4) 四角形 ABCD の 4 辺すべてが接する円が存在するとき，x の値を求めよ。

内接円が辺 AB，辺 BC，辺 CD，辺 DA とそれぞれ点 P，Q，R，S で接しているとすると

AS＝AP，BP＝BQ，CQ＝CR，DR＝DS

が成り立つ。このことから，

AB＝AP＋PB＝SA＋BQ …⑥，CD＝CR＋RD＝QC＋DS …⑦

⑥と⑦を加え，AB＋CD＝(BQ＋QC)＋(DS＋SA)，すなわち AB＋CD＝BC＋DA を得る。

したがって，$3+x=5+(12-x)$ が成り立ち，$x=7$ が求める解である。

答　7

【3】双曲線$\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$に対し，双曲線上の点$\mathrm{P}(a,\ b)$における接線をlとする。ただし，$a>0$とする。

(1)　lの方程式が$\dfrac{ax}{2}-by=1$で与えられることを示せ。

(a)　点Pがx軸上にないとき

双曲線上のPにおける接線の方程式を $y=n(x-a)+b$ …①とおく。

①を双曲線の方程式$\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$ …②に代入し，定数項をkとおけば

$$(1-2n^2)x^2-4n(-na+b)x+k=0 \quad \cdots③$$

を得る。①が点Pにおいて双曲線に接するので，$x=a$は2次方程式③の重解になる。

よって，$a=\dfrac{2n(-na+b)}{1-2n^2}$。これを$n$について解くと，$n=\dfrac{a}{2b}$ …④。

④を①に代入し，$\dfrac{a^2}{2}-b^2=1$を用いて整理すると，$\dfrac{ax}{2}-by=1$ …⑤を得る。

(b)　点Pがx軸上にあるとき

このとき$b=0$，かつ仮定より$a>0$，故に$(a,\ b)=(\sqrt{2},\ 0)$。

双曲線上の点Pにおける接線の方程式は$x=\sqrt{2}$。これは⑤において，$a=\sqrt{2}$，$b=0$とおいた場合にあたる。

(2)　lに垂直な双曲線の接線mが引けるためのaの条件を求めよ。

mが点$\mathrm{Q}(c,\ d)$で双曲線に接しているとする。x軸と平行な双曲線の接線は存在しないので，$b\neq0$，$d\neq0$である。

(1)の結果より，lの傾きは$\dfrac{a}{2b}$，mの傾きは$\dfrac{c}{2d}$。lとmが垂直に交わるので，$\dfrac{a}{2b}\dfrac{c}{2d}=-1$，したがって$d=-\dfrac{ac}{4b}$ …⑥。

一方，Qは双曲線上の点なので，$\dfrac{c^2}{2}-d^2=1$ …⑦。

⑥を⑦に代入して整理すると，$\dfrac{c^2}{2}-\dfrac{a^2c^2}{16b^2}=1$，すなわち$(8b^2-a^2)c^2=16b^2$。

故に，$8b^2-a^2>0$ …⑧，かつ⑥より，$(c,\ d)=\left(\pm\dfrac{4b}{\sqrt{8b^2-a^2}},\ \mp\dfrac{a}{\sqrt{8b^2-a^2}}\right)$（複号同順）…⑨が成立する。

逆に，⑧の下で，⑨で定めた点$(c,\ d)$は⑦，⑥を満たすので，双曲線上の点$\mathrm{Q}(c,\ d)$における接線がlと垂直に交わる。

$\dfrac{a^2}{2}-b^2=1$ …⑩より$8b^2-a^2=8\left(\dfrac{a^2}{2}-1\right)-a^2=3a^2-8$なので，$a>0$と合わせ，⑧は$a>\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$と同値。

答　$a>\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

(3)　aが(2)の条件を満たすとする。双曲線上の点$\mathrm{Q}(c,\ d)$における接線がlに垂直に交わるように点Qを定める。

ただし，$d>0$とする。Oを原点とするとき，△OPQの面積を最小にするaの値を求めよ。

△OPQの面積をSとする。⑨と仮定$d>0$，$a>0$より，$(c,\ d)=\left(-\dfrac{4b}{\sqrt{3a^2-8}},\ \dfrac{a}{\sqrt{3a^2-8}}\right)$。よって⑩より

$$S=\frac{1}{2}(ad-bc)=\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{\sqrt{3a^2-8}}+\frac{b}{2}\cdot\frac{4b}{\sqrt{3a^2-8}}=\frac{a^2+4b^2}{2\sqrt{3a^2-8}}=\frac{a^2+4\left(\frac{a^2}{2}-1\right)}{2\sqrt{3a^2-8}}=\frac{3a^2-4}{2\sqrt{3a^2-8}}=\frac{(3a^2-8)+4}{2\sqrt{3a^2-8}}。$$

故に，相加平均と相乗平均の大小関係より，$S=\dfrac{\sqrt{3a^2-8}}{2}+\dfrac{2}{\sqrt{3a^2-8}}\geqq2\sqrt{\dfrac{\sqrt{3a^2-8}}{2}\cdot\dfrac{2}{\sqrt{3a^2-8}}}=2$。

等号は，$\dfrac{\sqrt{3a^2-8}}{2}=\dfrac{2}{\sqrt{3a^2-8}}$，すなわち$a=2$のとき成り立つ。

答　2

【3】(1) 別解

yをxの関数と考えて，$\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$の両辺をxについて微分すると，$x-2yy'=0$。

よって，$y\neq0$のとき，$y'=\dfrac{x}{2y}$。

故に，$b\neq0$のとき，点$\mathrm{P}(a,b)$における接線の傾きは$\dfrac{a}{2b}$。

したがって，求める接線の方程式は，$y-b=\dfrac{a}{2b}(x-a)$。

整理してまとめると，$\dfrac{ax}{2}-by=1$。

$b=0$のとき，仮定$a>0$より，$a=\sqrt{2}$。故に，点$\mathrm{P}(a,b)$における接線の方程式は$x=\sqrt{2}$。

これは$\dfrac{ax}{2}-by=1$において，$a=\sqrt{2}$，$b=0$とおいた場合にあたる。

物理

Ⅰ	問1	1	7
		2	8
	問2	3	7
		4	5
	問3	5	4
		6	15
	問4	7	6
		8	10
		9	2
		10	6
		11	9
		12	10
		13	2
		14	6
		15	3
		16	6
		17	2
		18	6
	問5	19	1
		20	5

Ⅱ	問1	21	1
	問2	22	13
		23	9
		24	15
	問3	25	9
		26	6
	問4	27	9
Ⅲ	問1	28	6
	問2	29	2
	問3	30	13
		31	3
	問4	32	11
	問5	33	6
		34	12
		35	12
		36	12
		37	14
		38	12

化学

I	[1]		1	2
	[2]		2	8
	[3]		3	6
	[4]		4	2
	[5]		5	5
	[6]		6	3
	[7]		7	9
	[8]		8	10
II	[1]	(1)	9	3
		(2)	10	5
	[2]	(1)	11	3
		(2)	12	5
III	[1]		13	4
	[2]		14	5
	[3]		15	4
	[4]		16	4
	[5]		17	9
IV	[1]		18	2
	[2]		19	5
	[3]		20	4
	[4]		21	5
V	[1]		22	7
	[2]		23	1
	[3]	(1)	24	1
		(2)	25	3
		(3)	26	1

生物

I	1	4
	2	2
	3	2
	4	4
	5	6
	6	1
	7	5
	8	8
	9	4
	10	9
	11	1
	12	4
	13	8
	14	7
	15	8
	16	2
II	17	3
	18	7
	19	2
	20	11
	21	8
	22	11
	23	7
	24	2
	25	7
	26	1
	27	8
	28	7
	29	3
	30	3
	31	6
	32	4
	33	10
	34	3
	35	10
III	36	5
	37	4
	38	1
	39	8
	40	5
	41	3
	42	9
	43	6
	44	2
	45	4
	46	10
	47	6
	48	4
	49	7
	50	1
	51	5
	52	3
	53	3
	54	1
	55	4
	56	9