英語

Ⅰ	問1	1	2
		2	3
		3	5
		4	1
		5	1
	問2	6	3
		7	3
		8	5
		9	5
		10	4
	問3	11	1
		12	5
		13	2
Ⅱ	問1	14	5
		15	6
		16	8
		17	7
		18	3
		19	1
		20	4
		21	2
	問2	22	4
		23	3
		24	1
		25	1

Ⅲ		26	3
		27	5
		28	2
		29	3
		30	1
		31	4
		32	5
		33	4
		34	2
		35	5
Ⅳ		36	2
		37	4
		38	1
		39	2
		40	4
		41	3
Ⅴ	(ア)	42	6
		43	7
		44	2
	(イ)	45	5
		46	10
		47	4
	(ウ)	48	3
		49	9
		50	7

数学

【1】次の $\boxed{}$ にあてはまる答を下の解答欄に記せ。

(1) k を定数とするとき，方程式 $\sqrt{4x-3}=x+k$ の実数解の個数が 2 個となる k の値の範囲は $\boxed{(ア)}$，実数解の個数が 1 個となる k の値の範囲は $\boxed{(イ)}$ である。

また，曲線 $y=\sqrt{4x-3}$ と直線 $y=x$ で囲まれた部分を，x 軸の周りに一回転させてできる立体の体積は $\boxed{(ウ)}$ である。

(2) 曲線 $y=kx^3-1$ と曲線 $y=\log x$ が共有点をもち，その点において共通の接線をもつとするとき，定数 k の値は $\boxed{(エ)}$，共通の接線の方程式は $y=$ $\boxed{(オ)}$ である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，$\{a_n\}$ は

$$a_1=1,\quad a_{n+1}=S_n+n^2+1\quad (n=1,\ 2,\ 3,\cdots)$$

を満たす。このとき，$a_4=$ $\boxed{(カ)}$ であり，$\{a_n\}$ の一般項は $a_n=$ $\boxed{(キ)}$ である。また，$S_n=$ $\boxed{(ク)}$ である。

(4) △ABC において，AB＝3，AC＝4，$\angle A=\dfrac{\pi}{3}$ である。△ABC の外心を O とする。$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とおく。

(i) △ABC の外接円の半径は $\boxed{(ケ)}$ である。

(ii) $\overrightarrow{AO}$ を $\vec{b}$ と $\vec{c}$ を用いて表すと $\overrightarrow{AO}=\boxed{(コ)}\,\vec{b}+\boxed{(サ)}\,\vec{c}$ である。

(iii) 直線 BO と辺 AC の交点を P とするとき，AP：PC は $\boxed{(シ)}$ である。

(5) X 君と Y さんは，毎日正午に次の規則にしたがって食事をとる。

(a) 食堂 A，食堂 B，食堂 C のいずれかで食事をとる。

(b) 食堂は前日とは異なる 2 つの食堂のうちの 1 つを無作為に選ぶ。

(c) 2 人が同じ食堂を選んだ日は，必ず一緒に食事をとる。

1 日目，2 人は別々の食堂で食事をとったとする。このとき，3 日目に初めて 2 人が一緒に食事をとる確率は $\boxed{(ス)}$ である。

また，2 人が一緒に食事をとる 2 回目の日が 7 日目となる確率は $\boxed{(セ)}$ である。

解答欄

(1)

(ア)	(イ)	(ウ)
$-\dfrac{3}{4}\leqq k<\dfrac{1}{4}$ または $-\dfrac{3}{4}\leqq k\leqq\dfrac{1}{4}$	$k=\dfrac{1}{4}$，$k<-\dfrac{3}{4}$ または $k<-\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{4}{3}\pi$

(2)

(エ)	(オ)
$\dfrac{e^2}{3}$	$e^{\frac{2}{3}}x-\dfrac{5}{3}$

(3)

(カ)	(キ)	(ク)
23	$2^{n+1}-2n-1$	$2^{n+2}-n^2-2n-4$

(4)

(ケ)	(コ)	(サ)	(シ)
$\dfrac{\sqrt{39}}{3}$	$\dfrac{2}{9}$	$\dfrac{5}{12}$	15：13

(5)

(ス)	(セ)
$\dfrac{3}{16}$	$\dfrac{189}{2048}$

【2】 k は定数とする。楕円 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ と直線 $x+\sqrt{3}=ky$ の共有点を P，P' とする。また，楕円の焦点を F $(\sqrt{3},\ 0)$，F' $(-\sqrt{3},\ 0)$ とする。

(1) △PP'F の面積を k を用いて表せ。

△PP'F の面積を S，点 P，P' の y 座標のうち，大きい方の値を y_1，小さい方の値を y_2 とすると，$y_2<0<y_1$ であり，$\mathrm{FF'}=2\sqrt{3}$ なので，

$$S=\frac{1}{2}\mathrm{FF'}y_1+\frac{1}{2}\mathrm{FF'}(-y_2)=\sqrt{3}(y_1-y_2)$$

と表せる。そこで，y_1，y_2 を求めるために

$$\begin{cases}\frac{x^2}{4}+y^2=1\\ x+\sqrt{3}=ky\end{cases}$$

から，x を消去し，整理すると，

$$(k^2+4)y^2-2\sqrt{3}\,ky-1=0$$

これを解いて，

$$\therefore\quad y_1=\frac{\sqrt{3}\,k+2\sqrt{k^2+1}}{k^2+4},\quad y_2=\frac{\sqrt{3}\,k-2\sqrt{k^2+1}}{k^2+4}$$

故に，$S=\sqrt{3}\times\frac{4\sqrt{k^2+1}}{k^2+4}=\frac{4\sqrt{3(k^2+1)}}{k^2+4}$

答　$\frac{4\sqrt{3(k^2+1)}}{k^2+4}$

(2) △PP'F の内接円の半径を最大にする k の値を求めよ。

△PP'F の内接円の半径を r とすると，

$$S=\frac{r}{2}\mathrm{PP'}+\frac{r}{2}\mathrm{P'F}+\frac{r}{2}\mathrm{FP}=\frac{r}{2}(\mathrm{PP'}+\mathrm{P'F}+\mathrm{FP})$$

と表せる。楕円上の点から 2 つの焦点までの距離の和が 4 なので，

$$\mathrm{PP'}+\mathrm{P'F}+\mathrm{FP}=(\mathrm{PF}+\mathrm{PF'})+(\mathrm{P'F}+\mathrm{P'F'})=4+4=8$$

故に，$S=4r$。したがって(1)の結果より，$r=\frac{\sqrt{3(k^2+1)}}{k^2+4}$ である。ここで，$f(k)=\frac{\sqrt{3(k^2+1)}}{k^2+4}$ とおくと，$f'(k)=\frac{-\sqrt{3}\,k(k^2-2)}{(k^2+4)^2\sqrt{k^2+1}}$

であるから，$y=f(k)$ の増減表は次のようになる。

k		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$	
$f'(k)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(k)$	↗	$\frac{1}{2}$	↘	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	↗	$\frac{1}{2}$	↘

したがって，r を最大にする k の値は $\pm\sqrt{2}$ である。

答　$k=\pm\sqrt{2}$

【3】実数全体を定義域とする関数 $f(x)$ は奇関数で微分可能であるとする。さらに，$f'(x)$ も微分可能で $f'(0)=0$ を満たし，$x>0$ の範囲で $f''(x)>0$ であるとする。

$y=f(x)$ のグラフを C_1，C_1 を x 軸方向に a，y 軸方向に $f(a)$ だけ平行移動した曲線を C_2 とする。ただし，a は正の定数とする。

⑴　$f(0)$ の値を求めよ。

$f(x)$ が奇関数だから，$f(-x)=-f(x)$。これに $x=0$ を代入すると，$f(0)=-f(0)$。　　$\therefore$　$f(0)=0$

答　　$f(0)=0$

⑵　$f'(x)$ は偶関数であることを示せ。

$f(-x)=-f(x)$ の両辺を微分すると，$-f'(-x)=-f'(x)$。即ち $f'(-x)=f'(x)$ となるので，$f'(x)$ は偶関数である。

⑶　C_1 と C_2 の共有点の個数が2個であることを示し，その2点の x 座標を求めよ。

C_1 を表す関数は $y=f(x)$，C_2 を表す関数は $y=f(x-a)+f(a)$ である。

$f(0)=0$ より，C_1 は点 $(0,\ 0)$ を通る。C_1 が点 $(a,\ f(a))$ を通ることは明らか。

一方，$f(x)$ が奇関数なので，C_2 は点 $(0,\ 0)$ を通る。また，$f(0)=0$ なので，C_2 は点 $(a,\ f(a))$ を通る。以上より，C_1，C_2 はともに2点 $(0,\ 0)$，$(a,\ f(a))$ を通る。

この2点以外に C_1，C_2 が共有点をもたないことを示す。

$F(x)=f(x)-\{f(x-a)+f(a)\}$ とおくと，$F'(x)=f'(x)-f'(x-a)$ である。

(a) $x\geqq a$ の場合

このとき，$0\leqq x-a<x$。

$x>0$ の範囲で $f''(x)>0$ なので，$f'(x)$ は $x\geqq 0$ で増加する。

したがって，$f'(x-a)<f'(x)$ が成立し，$F'(x)>0$。

(b) $0<x<a$ の場合

$f'(x)$ が偶関数なので，$F'(x)=f'(x)-f'(a-x)$ である。

また仮定より，$x>0,\ a-x>0$。

(b1) $x>a-x$，即ち $x>\dfrac{a}{2}$ のとき，$f'(a-x)<f'(x)$ より，$F'(x)>0$

(b2) $x=a-x$，即ち $x=\dfrac{a}{2}$ のとき，$f'(a-x)=f'(x)$ より，$F'(x)=0$

(b3) $x<a-x$，即ち $x<\dfrac{a}{2}$ のとき，$f'(x)<f'(a-x)$ より，$F'(x)<0$

(c) $x\leqq 0$ の場合

このとき，$x-a<x\leqq 0$。

$f'(-x)=f'(x)$，かつ $x\geqq 0$ の範囲で $f'(x)$ が増加するので，$f'(x)$ は $x\leqq 0$ で減少する。

したがって，$f'(x-a)>f'(x)$ が成立し，$F'(x)<0$

以上より，$y=F(x)$ の増減表を書くと，

x		0		$\dfrac{a}{2}$		a	
$F'(x)$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$F(x)$	↘	0	↘		↗	0	↗

故に，$F(x)=0$ を満たす x の値は $x=0$，a のみ。

したがって，C_1 と C_2 は2点 $(0,\ 0)$，$(a,\ f(a))$ のみで共有点をもつ。

⑷　C_1 と C_2 で囲まれる図形の面積を $S(a)$ とする。a が $0<a\leqq 3$ の範囲を動くとき，$S(a)$ を最大にする a の値を求めよ。

$0\leqq x\leqq a$ において，$F(x)\leqq 0$，即ち $f(x)\leqq f(x-a)+f(a)$ なので，

$$S(a)=\int_0^a\{f(x-a)+f(a)-f(x)\}\,dx$$

任意の実数 a に対して，$T(a)=\displaystyle\int_0^a\{f(x-a)+f(a)-f(x)\}\,dx$ とおくと，

$0<a\leqq 3$ では $S(a)=T(a)$ が成立。$x-a=-t$ とおいて，置換積分を行うと

$$\int_0^a f(x-a)\,dx=-\int_a^0 f(-t)\,dt=-\int_0^a f(t)\,dt$$

また，$\displaystyle\int_0^a f(a)\,dx=af(a)$ なので，$T(a)=af(a)-2\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx$ となる。

$T(a)$ を a 関数とみて，$T(a)$ を a で微分すると

$$T'(a)=f(a)+af'(a)-2f(a)=af'(a)-f(a)。$$

さらに，a で微分すると，$T''(a)=af''(a)$。

a>0 の範囲で $T''(a)>0$ なので $T'(a)$ は $a\geqq 0$ で増加し，かつ $f(0)=0$ より $T'(0)=0$ なので，$a>0$ において $T'(a)>0$。このことから，$T(a)$ も $a\geqq 0$ で増加する。

故に，$0<a\leqq 3$ において，$T(a)$，即ち $S(a)$ は $a=3$ で最大値をとる。

答　　$a=3$

物理

Ⅰ	問1	1	16
		2	16
	問2	3	3
		4	6
	問3	5	4
		6	2
		7	2
		8	4
		9	1
		10	4
		11	1
		12	2
		13	2
		14	8
		15	1
		16	1
	問4	17	6
		18	6
		19	1
		20	1
		21	1
	問5	22	1
		23	5
		24	1
		25	2

Ⅱ	問1	26	6
	問2	27	4
	問3	28	4
	問4	29	1
		30	3
	問5	31	6
	問6	32	14
	問7	33	2
		34	8
Ⅲ	問1	35	2
		36	5
		37	1
		38	1
	問2	39	4
		40	10
		41	2
		42	2
	問3	43	3
		44	10
		45	1
		46	3
		47	1
		48	5
		49	1
		50	2
		51	4
		52	5
		53	1
		54	2
	問4	55	3
		56	10
	問5	57	6
		58	8
		59	1
		60	2

化学

I	[1]		1	5
	[2]		2	5
	[3]		3	2
	[4]		4	5
	[5]		5	8
	[6]		6	1
	[7]		7	4
	[8]		8	3
II	[1]		9	4
	[2]		10	2
	[3]		11	4
	[4]		12	4
III	[1]	(1)	13	6
		(2)	14	2
	[2]	(1)	15	7
		(2)	16	4
IV	[1]		17	7
	[2]		18	7
	[3]		19	5
	[4]		20	4
V	[1]		21	3
	[2]		22	2
	[3]		23	5
	[4]		24	5

生物

I	1	5
	2	2
	3	6
	4	8
	5	11
	6	10
	7	7
	8	4
	9	4
	10	8
	11	5
	12	2
	13	8
	14	15
	15	11
	16	4
	17	7
II	18	7
	19	10
	20	4
	21	10
	22	5
	23	4
	24	4
	25	9
	26	11
	27	6
	28	4
	29	4
	30	3
	31	6
	32	4
	33	3
	34	6

III	35	2
	36	13
	37	15
	38	15
	39	13
	40	7
	41	11
	42	12
	43	4
	44	4
	45	7
	46	1
	47	9
	48	9
	49	3
	50	4
	51	8