医学部［一般・学士］ 模範解答 英語，数学，物理，化学，生物

英語

Ⅰ	問1	1	4
		2	1
		3	3
		4	2
		5	1
	問2	6	1
		7	5
		8	3
		9	1
		10	4
	問3	11	4
		12	5
		13	3
		14	2
		15	5

Ⅱ	16	2
	17	1
	18	3
	19	4
	20	2
Ⅲ	21	1
	22	2
	23	2
	24	5
	25	3
	26	2
	27	5
	28	1
	29	2
	30	4

Ⅳ	31	3
	32	4
	33	3
	34	5
	35	5
	36	4
Ⅴ	37	3
	38	8
	39	7
	40	4
	41	6
	42	1

数学

【1】次の$\boxed{}$にあてはまる答を下の解答欄に記せ。ただし，(5)において，必要ならば $\log_{10} 2=0.3010$ を用いてよい。

(1)　OA : OB＝1 : 3 である三角形 OAB において，辺 AB の中点を M，線分 OM を 1 : 2 に内分する点を N とし，∠AOB の大きさを θ とする。

(i) $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて $\overrightarrow{NA}$ を表すと，$\overrightarrow{NA}=\boxed{（ア）}\vec{a}-\boxed{（イ）}\vec{b}$ である。

(ii) $\overrightarrow{ON}$ と $\overrightarrow{NA}$ が垂直であるとき，$\cos\theta$ の値は$\boxed{（ウ）}$である。

(2)　$(x+2y+3z)^6$ の展開式におけ x^4y^2 の係数は$\boxed{（エ）}$であり，x^3y^2z の係数$\boxed{（オ）}$である。

(3)　点 $(x,\ y)$ が不等式 $x^2+y^2\leqq 4$ の表す領域を動くとする。このとき，$3x+y$ は，$x=\boxed{（カ）}$，$y=\boxed{（キ）}$において最大値$\boxed{（ク）}$をとり，$x=\boxed{（ケ）}$，$y=\boxed{（コ）}$において最小値$\boxed{（サ）}$をとる。

(4)　A，B，C　3 つの袋があり，A には赤球 2 個と白球 2 個，B には白球 1 個と青球 3 個，さらに，C には赤球 2 個と白球 1 個と青球 1 個が入っている。いま，A から 1 個の球を取り出し，B から 1 個の球を取り出し，C から 1 個の球を取り出す。

(i) 取り出した 3 個の球の色が 1 種類となる確率は$\boxed{（シ）}$である。

(ii) 取り出した 3 個の球の色が 2 種類となる確率は$\boxed{（ス）}$である。

(iii) 取り出した 3 個の球の色が 3 種類となる確率は$\boxed{（セ）}$である。

(5)　条件 $a_1=5$，$a_{n+1}=2a_n-3$ によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=\boxed{（ソ）}$で与えられる。この数列の初項から第 n 項までの和を S_n とおくとき，S_8 の値は$\boxed{（タ）}$であり，不等式 $\dfrac{S_n}{3}>n+16666$ を満たす正の整数 n のうちで最小のものは$\boxed{（チ）}$である。

解答欄

(1)

(ア)	(イ)	(ウ)
$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

(2)

(エ)	(オ)
60	720

(3)

(カ)	(キ)	(ク)	(ケ)	(コ)	(サ)
$\frac{3\sqrt{10}}{5}$	$\frac{\sqrt{10}}{5}$	$2\sqrt{10}$	$\frac{-3\sqrt{10}}{5}$	$\frac{-\sqrt{10}}{5}$	$-2\sqrt{10}$

(4)

(シ)	(ス)	(セ)
$\frac{1}{32}$	$\frac{21}{32}$	$\frac{5}{16}$

(5)

(ソ)	(タ)	(チ)
2^n+3	534	15

【2】 行列 A, B を $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ とおく。以下の問に答えよ。

(1) B^2, AB, BA を求めよ。

$$B^2=\begin{pmatrix}4 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16+4 & -8-2\\ -8-2 & 4+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20 & -10\\ -10 & 5\end{pmatrix}$$

$$AB=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4-4 & -2+2\\ 8-8 & -4+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$BA=\begin{pmatrix}4 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4-4 & 8-8\\ -2+2 & -4+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

答 $B^2=\begin{pmatrix}20 & -10\\ -10 & 5\end{pmatrix}$, $AB=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $BA=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

(2) 正の整数 n に対して，A^n を求めよ。

ケーリー・ハミルトンの定理より，$A^2=5A$…①．よって，等式 $A^n=5^{n-1}A$…②

がすべての正の整数 n について成り立つことが推測される。以下，これを数学的帰納法によって示す。

［1］$n=1$ のとき，②は明らかに成り立つ。

［2］$n=k$ のとき，$A^k=5^{k-1}A$ が成り立つと仮定する。$n=k+1$ のとき，②の左辺を考えると，

$$\begin{aligned}A^{k+1}&=AA^k\\&=A\cdot 5^{k-1}A\\&=5^{k-1}A^2\\&=5^{k-1}\cdot 5A \quad (①より)\\&=5^kA\end{aligned}$$

よって，$n=k+1$ のとき，②は成り立つ。

［1］,［2］より，②はすべての正の整数 n について成り立つ。

よって，すべての正の整数 n に対して，$A^n=5^{n-1}A=\begin{pmatrix}5^{n-1} & 2\cdot5^{n-1}\\ 2\cdot5^{n-1} & 4\cdot5^{n-1}\end{pmatrix}$

答 $A^n=\begin{pmatrix}5^{n-1} & 2\cdot5^{n-1}\\ 2\cdot5^{n-1} & 4\cdot5^{n-1}\end{pmatrix}$

(3) 正の整数 n に対して，$(A-2B)^n$ を求めよ。

ケーリー・ハミルトンの定理より，$B^2=5B$。よって，等式 $B^n=5^{n-1}B$…③

がすべての正の整数 n について成り立つことが，(2) と同様に示される。

また，(1) より $AB=BA=0$ であるから，

$(A-2B)^2=(A-2B)(A-2B)=A^2-2AB-2BA+(-2)^2B^2=A^2+(-2)^2B^2$

$(A-2B)^3=\{A^2+(-2)^2B^2\}(A-2B)=A^3+(-2)A^2B+(-2)^2B^2A+(-2)^3B^3=A^3+(-2)^3B^3$

よって，等式$(A-2B)^n=A^n+(-2)^nB^n$ …④

がすべての正の整数 n について成り立つことが推測される。以下，これを数学的帰納法によって示す。

［④-1］$n=1$ のとき，④は明らかに成り立つ。

［④-2］$n=k$ のとき，$(A-2B)^k=A^k+(-2)^kB^k$ が成り立つと仮定する。$n=k+1$ のとき，④の左辺を考えると，

$$\begin{aligned}(A-2B)^{k+1}&=(A-2B)(A-2B)^k\\&=(A-2B)\{A^k+(-2)^kB^k\}\\&=A^{k+1}+(-2)^kAB^k+(-2)BA^k+(-2)^{k+1}B^{k+1}\end{aligned}$$

よって，$AB=BA=0$ であることを用いると，$AB^k=BA^k=0$ であるから

$(A-2B)^{k+1}=A^{k+1}+(-2)^{k+1}B^{k+1}$

したがって，$n=k+1$ のとき，④は成立する。

［④-1］,［④-2］より，④はすべての正の整数 n について成り立つ。

(2) の②と③を④に代入すると

$$\begin{aligned}(A-2B)^n&=5^{n-1}A+(-2)^n\cdot 5^{n-1}B^1\\&=\begin{pmatrix}5^{n-1}+(-2)^{n+2}\cdot5^{n-1} & 2\cdot5^{n-1}+(-2)^{n+1}\cdot5^{n-1}\\ 2\cdot5^{n-1}+(-2)^{n+1}\cdot5^{n-1} & 4\cdot5^{n-1}+(-2)^n\cdot5^{n-1}\end{pmatrix}\end{aligned}$$

が，すべての正の整数 n について成り立つことが示される。

答 $(A-2B)^n=\begin{pmatrix}5^{n-1}+(-2)^{n+2}\cdot5^{n-1} & 2\cdot5^{n-1}+(-2)^{n+1}\cdot5^{n-1}\\ 2\cdot5^{n-1}+(-2)^{n+1}\cdot5^{n-1} & 4\cdot5^{n-1}+(-2)^n\cdot5^{n-1}\end{pmatrix}$

【3】　以下の問に答えよ。

(1)　関数 $f(x)=\dfrac{\log(x+1)}{\log x}$　$(x>1)$　の導関数 $f'(x)$ を求めよ

$$f'(x)=\frac{\{\log(x+1)\}'\cdot\log x-\log(x+1)\cdot(\log x)'}{(\log x)^2}$$

$$=\frac{\dfrac{1}{x+1}\cdot\log x-\log(x+1)\cdot\dfrac{1}{x}}{(\log x)^2}$$

$$=\frac{x\log x-(x+1)\log(x+1)}{x(x+1)(\log x)^2}$$

答　$f'(x)=\dfrac{x\log x-(x+1)\log(x+1)}{x(x+1)(\log x)^2}$

(2)　次の不等式を証明せよ。

$$\log_3 2<\log_4 3<\log_5 4<\log_6 5<\log_7 6<\log_8 7<\log_9 8<\log_{10} 9$$

$g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$　(x＞1)とおくと，

$g'(x)=-\dfrac{f'(x)}{\{f(x)\}^2}$ …①

一方，$x>1$ において，$0<x<x+1$，$0<\log x<\log(x+1)$ であることより，

$x>1$ において，$x\log x<(x+1)\log(x+1)$

よって，(1)より，$x>1$ において，$f'(x)<0$…②

①，②より，$x>1$ において $g'(x)>0$ であることより，

$g(x)$ は $x>1$ において増加する。

したがって，

$$g(2)<g(3)<g(4)<g(5)<g(6)<g(7)<g(8)<g(9)$$

すなわち，

$$\frac{\log 2}{\log 3}<\frac{\log 3}{\log 4}<\frac{\log 4}{\log 5}<\frac{\log 5}{\log 6}<\frac{\log 6}{\log 7}<\frac{\log 7}{\log 8}<\frac{\log 8}{\log 9}<\frac{\log 9}{\log 10}\quad\cdots③$$

③に底の変換公式を適用して，

$$\log_3 2<\log_4 3<\log_5 4<\log_6 5<\log_7 6<\log_8 7<\log_9 8<\log_{10} 9$$

以上より，題意は証明された。

物理

I	1	7
	2	5
	3	7
	4	7
	5	5
	6	2
	7	5
	8	6
	9	4
	10	7
	11	4
	12	9
	13	4
	14	4

II	15	9
	16	17
	17	14
	18	5
	19	3
	20	11
	21	12
	22	15

III	23	1
	24	1
	25	9
	26	2
	27	1
	28	3
	29	12
	30	3

化学

Ⅰ	［1］	1	9
	［2］	2	5
	［3］	3	2
	［4］	4	8
	［5］	5	6
	［6］	6	7
	［7］	7	8
	［8］	8	6
Ⅱ	［1］	9	10
	［2］	10	4
	［3］ (1)	11	3
	［3］ (2)	12	5
	［3］ (3)	13	3
Ⅲ	［1］	14	1
	［2］	15	4
	［3］	16	3
	［4］	17	6
Ⅳ	［1］	18	1
	［2］	19	10
	［3］	20	1
	［4］	21	3
Ⅴ	［1］ (1)	22	5
	［1］ (2)	23	2
	［1］ (3)	24	6
	［2］	25	8

生物

Ⅰ	1	1
	2	5
	3	5
	4	4
	5	1
	6	6
	7	7
	8	5
	9	5
	10	1
	11	2
	12	6
	13	5
	14	7
Ⅱ	15	8
	16	10
	17	6
	18	3
	19	14
	20	5
	21	1
	22	9
	23	9
	24	5
	25	3
	26	6
	27	7
	28	3
	29	1
	30	3
Ⅲ	31	14
	32	9
	33	12
	34	1
	35	14
	36	14
	37	8
	38	13
	39	6
	40	2
	41	2
	42	6
	43	9
	44	3
	45	6
	46	2
	47	7