医学部［選抜・学士］ 模範解答 英語，数学，物理，化学，生物

英語

I	問1	1	4
		2	2
		3	5
		4	1
		5	3
		6	2
		7	1
		8	5
		9	1
		10	5
		11	2
		12	3
	問2	13	3
		14	4
		15	2
		16	5
II		17	5
		18	3
		19	2
		20	4

III	21	2
	22	5
	23	4
	24	5
	25	1
IV	26	4
	27	4
	28	3
	29	2
	30	2
V	31	1
	32	3
	33	3
	34	4
	35	3
	36	2
VI	37	8
	38	10
	39	9
	40	5
	41	10
	42	7

数学

【1】

(ア) $4t^3-6t^2-9t$	(イ) $\frac{2}{3}\pi$	(ウ) $\frac{5}{2}$	(エ) 0	(オ) -11

(カ) $\frac{8}{3}$	(キ) $\frac{5}{6}x-\frac{3}{2}$	(ク) $\frac{2\sqrt{61}}{3}$	(ケ) 1

(コ) $\frac{3}{14}$	(サ) $\frac{3}{35}$	(シ) $\frac{8}{35}$	(ス) $\frac{3}{5}$

【2】

(1) $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$とおく。ベクトル$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$は$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$に移ることは明らかである。題意より，$k$，$l$は0でない定数として，

ベクトル$k\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$は$k\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$に，ベクトル$l\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$は$l\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$に移されるので，

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$。かき直すと，

$\begin{cases} 2a+b=10 \\ 2c+d=5 \end{cases}$，$\begin{cases} a-b=2 \\ c-d=-2 \end{cases}$。これらを解いて，$\begin{array}{l} a=4，b=2 \\ c=1，d=3 \end{array}$

答　$A=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

(2) $P^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$ より　$P^{-1}AP=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

$$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}5 & 5\\ -2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}=\Lambda \text{ とおく}$$

答 $\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix}p_n\\ q_n\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}p_{n-1}\\ q_{n-1}\end{pmatrix}=A^2\begin{pmatrix}p_{n-2}\\ q_{n-2}\end{pmatrix}=\cdots=A^{n-1}\begin{pmatrix}p_1\\ q_1\end{pmatrix}=A^n\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$　……①

(2)より $P^{-1}AP=\Lambda \rightarrow P^{-1}A^nP=\Lambda^n=\begin{pmatrix}5^n & 0\\ 0 & 2^n\end{pmatrix} \rightarrow A^n=P\Lambda^nP^{-1}$ より

$$A^n=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5^n & 2\\ 0 & 2^n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2\cdot 5^n & -2^n\\ 5^n & 2^n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2\cdot 5^n+2^n, & 2\cdot 5^n-2^{n+1}\\ 5^n-2^n, & 5^n+2^{n+1}\end{pmatrix}$$

①より $\begin{pmatrix}p_n\\ q_n\end{pmatrix}=A^n\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}5^n-\frac{2}{3}2^n\\ \frac{1}{3}5^n+\frac{2}{3}2^n\end{pmatrix}$

答 $\begin{cases}p_n=\frac{2}{3}(5^n-2^n)\\ q_n=\frac{1}{3}(5^n+2^{n+1})\end{cases}$

(4) $d_n=\sqrt{\left(\frac{2}{3}5^n-\frac{2}{3}2^n\right)^2+\left(\frac{1}{3}5^n+\frac{2}{3}2^n\right)^2}$ より

$$\lim_{n\to\infty}\frac{d_{n+1}}{d_n}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\left(\frac{2}{3}5^{n+1}-\frac{2}{3}2^{n+1}\right)^2+\left(\frac{1}{3}5^{n+1}+\frac{2}{3}2^{n+1}\right)^2}{\left(\frac{2}{3}5^n-\frac{2}{3}2^n\right)^2+\left(\frac{1}{3}5^n+\frac{2}{3}2^n\right)^2}}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\left(\frac{2}{3}\cdot 5-\frac{4}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)^2+\left(\frac{5}{3}+\frac{4}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)^2}{\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)^2+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)^2}}=\sqrt{\frac{\frac{100}{9}+\frac{25}{9}}{\frac{4}{9}+\frac{1}{9}}}=5 \quad \left(\left(\frac{2}{5}\right)^n\rightarrow 0\quad (n\rightarrow\infty\text{のとき})\right)$$

答 5

【3】 (1) $(x^2-x)^n=x^{2n}-nx^{2n-1}+\frac{n(n-1)}{2}x^{2n-2}-\cdots+(-1)^nx^n$ より

$\frac{d}{dx}(x^2-x)^n=2nx^{2n-1}-n(2n-1)x^{2n-2}+\cdots+(-1)^n nx^{n-1}$,

$\frac{d^2}{dx^2}(x^2-x)^n=2n(2n-1)x^{2n-2}-n(2n-1)(2n-2)x^{2n-3}+\cdots+(-1)^n n(n-1)x^{n-2}$,

同様に，$\frac{d^m}{dx^m}(x^2-x)^n=2n(2n-1)\cdots(2n-m+1)x^{2n-m}-\cdots+(-1)^n n(n-1)\cdots(n-m+1)x^{n-m}$。

よって，n 次導関数は，

$f(x)=\frac{d^n}{dx^n}(x^2-x)^n=2n(2n-1)\cdots(n+1)x^n-\cdots+(-1)^n n!$

（答） $f(x)$ は n 次多項式，最高次の係数は $2n(2n-1)\cdots(n+1)$

(2) $m=1$ のとき，$\frac{d}{dx}(x^2-x)^n=n(2x-1)(x^2-x)^{n-1}=P_1(x)(x^2-x)^{n-1}$,

$(P_1(x)=n(2x-1)$ とおいた）　よって題意を満す。

$m=2$ のとき，$\frac{d^2}{dx^2}(x^2-x)^n=P_1'(x)(x^2-x)^{n-1}+P_1(x)(n-1)(2x-1)(x^2-x)^{n-2}$

$$=\{P_1'(x)(x^2-x)+(n-1)(2x-1)P_1(x)\}(x^2-x)^{n-2}\quad\cdots①$$

$P_2(x)=P_1'(x)(x^2-x)+(n-1)(2x-1)P_1(x)$　とおくと，これは 2 次多項式，

((1)の結果より，①の最高次は $2n-2$ なので，$P_2(x)$ の次数は 2)

よって $\frac{d^2}{dx^2}(x^2-x)^n=P_2(x)(x^2-x)^{n-2}$　となり題意を満す。

以下，同様にして，$P_m(x)$ を m 次多項式として

$\frac{d^m}{dx^m}(x^2-x)^n=P_m(x)(x^2-x)^{n-m}$　と表すことができる。

［参考］数学的帰納法による次の別解も可。

(2)別解(数学的帰納法)

$m=1$のとき, $\dfrac{d}{dx}(x^2-x)^n=n(x^2-x)^{n-1}(2x-1)=\{n(2x-1)\}(x^2-x)^{n-1}$

$P_1(x)=n(2x-1)$とおくと，これは１次多項式。よって

$\dfrac{d}{dx}(x^2-x)^n=P_1(x)(x^2-x)^{n-1}$となる。

$m=k$のとき, ($k\leqq n-1$), $P_k(x)$はk次多項式として

$\dfrac{d^k}{dx^k}(x^2-x)^n=P_k(x)=n(x^2-x)^{n-k}$と表わされたとする。

$$\frac{d^{k+1}}{dx^{k+1}}(x^2-x)^n=P'_k(x)=n(x^2-x)^{n-k}+P_k(x)(n-k)(2x-1)(x^2-x)^{n-k-1}$$

$$=\{(x^2-x)P'_k(x)+(n-k)(2x-1)P_k(x)\}(x^2-x)^{n-k-1}$$

(1)より，この多項式の次数は$2n-(k+1)$なので,

$P_{k+1}(x)=(x^2-x)P'_k(x)+(n-k)(2x-1)P_k(x)$の次数は, $k+1$となる。

よって, $m=k+1$のときも命題は正しい。以上より全てのm ($\leqq n$)に対して命題は正しい。

【３】－２

(3)　部分積分により

$$\int_0^1 f(x)g(x)dx=\left[\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}(x^2-x)^n g(x)\right]_0^1-\int_0^1\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}(x^2-x)^n g'(x)dx\cdots\cdots①$$

(2)より$\dfrac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}(x^2-x)^n=P_{n-1}(x)\ (x^2-x)$だから，①の第１項$\Big[\cdots\Big]_0^1$は０となる。

さらに部分積分すると,

①$=-\left\{\left[\dfrac{d^{n-2}}{dx^{n-2}}(x^2-x)^n g'(x)\right]_0^1-\displaystyle\int_0^1\dfrac{d^{n-2}}{dx^{n-2}}(x^2-x)^n g''(x)dx\right\}$。上と同様に，この式の第１項も０になるので,

①$=(-1)^2\displaystyle\int_0^1\dfrac{d^{n-2}}{dx^{n-2}}(x^2-x)^n g''(x)dx$となる。$g^{(k)}(x)$ ($k=1,2,\ldots,n$)が恒等的に０でない限り，この計算を繰り返して，次式を得る。

$$\int_0^1 f(x)g(x)dx=(-1)^n\int_0^1(x^2-x)^n g^{(n)}(x)dx\cdots\cdots②$$

ある番号$k(<n)$で$g^{(k)}(x)=0$となるとき，①式はk回の部分積分で０になる。

また，右辺の$g^{(n)}(x)=0$がいえるので，このときも②式は成り立つ。

(4)　$g(x)=2x^5-5x^4$, $g'(x)=10x^4-20x^3$, $g''(x)=40x^3-60x^2$,

$g^{(3)}(x)=120x^2-120x$, $g^{(4)}(x)=120(2x-1)$

(3)　より$\displaystyle\int_0^1 f(x)g(x)dx=(-1)^4\int_0^1(x^2-x)^4 120(2x-1)dx\cdots\cdots③$

$t=x^2-x$とおくと，$dt=(2x-1)dx$。積分区間は［0，1］→［0，0］。

よって③$=(-1)^4$, $120\displaystyle\int_0^0 t^4dx=0$. (答)

４の別解。③を展開して計算すると,

③$=120\displaystyle\int_0^1(2x^9-9x^8+16x^7-14x^6+6x^5-x^4)dx$

$=120\left[\dfrac{1}{5}x^{10}-x^9+2x^8-2x^7+x^6-\dfrac{1}{5}x^4\right]_0^1=\dfrac{1}{5}-1+2-2+1-\dfrac{1}{5}=0.$

物理

I	問 1	1	8
		2	15
		3	4
		4	2
		5	6
		6	5
		7	6
		8	4
		9	5
	問 2	1	2
		2	2
		3	2
		4	5
		5	3
		6	6
		7	7
		8	2
		9	3
	問 3	1	5
		2	8
		3	11
		4	5
		5	5
		6	6
		7	12
		8	9
		9	11

化学

Ⅰ	[1]		1	4
	[2]		2	7
	[3]		3	2
	[4]		4	4
	[5]		5	3
	[6]		6	5
	[7]		7	1
	[8]		8	8
Ⅱ	[1]		9	2
	[2]	(1)	10	6
		(2)	11	8
	[3]	(1)	12	7
		(2)	13	1
		(3)	14	3
Ⅲ	[1]	(1)	15	5
		(2)	16	4
	[2]	(1)	17	3
		(2)	18	5
		(3)	19	1
			20	4
			21	10

Ⅳ	[1]	(1)	22	3
		(2)	23	9
			24	1
		(3)	25	3
		(4)	26	4
	[2]		27	4
Ⅴ	[1]		28	8
	[2]		29	1
	[3]		30	10
	[4]		31	5
	[5]		32	9

生物

Ⅰ	1	2
	2	1
	3	2
	4	4
	5	6
	6	1
	7	3
	8	5
	9	2
	10	2
	11	4
	12	3
	13	3
	14	2
	15	3
	16	2
	17	3
	18	14
	19	8
	20	5
	21	3
	22	2
Ⅱ	23	3
	24	1
	25	2
	26	5
	27	8
	28	7
	29	6
	30	4
	31	2
	32	1
	33	11
	34	8
	35	6
	36	3
	37	7
	38	3
	39	2
	40	2
	41	3

Ⅲ	42	2
	43	8
	44	6
	45	4
	46	7
	47	4
	48	5
	49	14
	50	2
	51	10
	52	12
	53	7
	54	3
	55	9