

※学士は設問【1】は必須、
【2】又は【3】はどちらか
選択

試験時間 80分

- 注意事項
1. 数学(選抜)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
 2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
 3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

【1】 次の にあてはまる答を下の解答欄に記せ。

(1) k を定数とするとき、方程式 $\sqrt{4x-3} = x+k$ の実数解の個数が2個となる k の値の範囲は (ア) , 実数解の個数が1個となる k の値の範囲は (イ) である。また、曲線 $y = \sqrt{4x-3}$ と直線 $y = x$ で囲まれた部分を、 x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は (ウ) である。

(2) 曲線 $y = kx^3 - 1$ と曲線 $y = \log x$ が共有点を持ち、その点において共通の接線をもつとするとき、定数 k の値は (エ) , 共通の接線の方程式は $y =$ (オ) である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき、 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 1, a_{n+1} = S_n + n^2 + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たす。このとき、 $a_4 =$ (カ) であり、 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ (キ) である。また、 $S_n =$ (ク) である。

(4) $\triangle ABC$ において、 $AB = 3, AC = 4, \angle A = \frac{\pi}{3}$ である。 $\triangle ABC$ の外心を O とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とおく。

(i) $\triangle ABC$ の外接円の半径は (ケ) である。

(ii) \overrightarrow{AO} を \vec{b} と \vec{c} を用いて表すと $\overrightarrow{AO} =$ (コ) $\vec{b} +$ (ク) \vec{c} である。

(iii) 直線 BO と辺 AC の交点を P とするとき、 $AP : PC$ は (シ) である。

(5) X 君と Y さんは、毎日正午に次の規則にしたがって食事をする。

(a) 食堂 A, 食堂 B, 食堂 C のいずれかで食事をする。

(b) 食堂は前日とは異なる2つの食堂のうちの1つを無作為に選ぶ。

(c) 2人が同じ食堂を選んだ日は、必ず一緒に食事をする。

1日目、2人は別々の食堂で食事をとったとする。このとき、3日目に初めて2人が一緒に食事をする確率は (ス) である。また、2人が一緒に食事をする2回目の日が7日目となる確率は (セ) である。

【2】 k は定数とする。楕円 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ と直線 $x + \sqrt{3} = ky$ の共有点を P, P' とする。また楕円の2つの焦点を $F(\sqrt{3}, 0), F'(-\sqrt{3}, 0)$ とする。

(1) $\triangle PPF'$ の面積を k を用いて表せ。

(2) $\triangle PPF'$ の内接円の半径を最大にする k の値を求めよ。

【3】 実数全体を定義域とする関数 $f(x)$ は奇関数で微分可能であるとする。さらに、 $f'(x)$ も微分可能で $f'(0) = 0$ を満たし、 $x > 0$ の範囲で $f''(x) > 0$ であるとする。 $y = f(x)$ のグラフを C_1 、 C_1 を x 軸方向に a 、 y 軸方向に $f(a)$ だけ平行移動した曲線を C_2 とする。ただし、 a は正の定数とする。

(1) $f(0)$ の値を求めよ。

(2) $f'(x)$ は偶関数であることを示せ。

(3) C_1 と C_2 の共有点の個数が2個であることを示し、その2点の x 座標を求めよ。

(4) C_1 と C_2 で囲まれる図形の面積を $S(a)$ とする。 a が $0 < a \leq 3$ の範囲を動くとき、 $S(a)$ を最大にする a の値を求めよ。