医学部　［一般・学士］～第１次試験～　数学

※学士は設問【1】は必須、
【2】又は【3】はどちらか
選択

試験時間	80 分

注意事項　1. 数学(一般)の用紙は３枚である。３枚とも解答すること。
2. ３枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
3. 【２】,【３】は，解答の過程を必ず記すこと。

【１】 つぎの $\boxed{}$ にあてはまる答を下の解答欄に記せ。

⑴ 空間に４点 A$(5,1,3)$，B$(4,4,3)$，C$(2,3,5)$，D$(4,1,3)$がある。

(i) $\overrightarrow{\mathrm{DA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{DB}}$ のなす角を θ とおくとき，$\theta=$ $\boxed{(ア)}$ である。ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする。

(ii) 四面体 ABCD の体積は $\boxed{(イ)}$ である。

⑵ a を実数とする。x についての２次方程式 $x^2-2x\log_2\{(a+1)(a-5)\}+4=0$ の解の１つが２であるとき，a の値は $\boxed{(ウ)}$ である。
また，この２次方程式が実数解をもたないような a の値の範囲は $\boxed{(エ)}$ である。

⑶ 不等式 $x^2+2x \leqq y \leqq 2x+2 \leqq \frac{4}{3}y$ の表す領域の面積は $\boxed{(オ)}$ である。また，この領域上の点$(x,\ y)$のうち，$5x-3y$ が最小となるような点の座標は $\boxed{(カ)}$ である。

⑷ n は正の整数とする。階段を１度に１段，２段または３段登る。このとき，n 段からなる階段の登り方の総数を a_n とする。例えば，$a_1=1$ であり，$a_2=2$ である。

(i) a_3 の値は $\boxed{(キ)}$ である。

(ii) a_4 の値は $\boxed{(ク)}$ である。

(iii) a_{10} の値は $\boxed{(ケ)}$ である。

⑸ $0<t<\frac{\pi}{2}$ とする。曲線 $y=\sin x$ 上の点 $\mathrm{P}\left(t+\frac{\pi}{2},\ \sin\left(t+\frac{\pi}{2}\right)\right)$における法線を l とおく。直線 $x=\frac{\pi}{2}$ を m とおき，法線 l と直線 m の交点を Q とする。

(i) $t=\frac{\pi}{3}$ のとき，点 Q の座標は $\boxed{(コ)}$ である。

(ii) 曲線 $y=\sin x$ と法線 l および直線 m で囲まれた部分の面積を $S(t)$ とするとき，極限 $\lim_{t\to+0}\frac{S(t)}{t}$ の値は $\boxed{(サ)}$ である。

【２】 行列 $A=\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & 7\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ に対し，$A^n=\begin{pmatrix}a_n & b_n\\ c_n & d_n\end{pmatrix}$，$A^n\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p_n\\q_n\end{pmatrix}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ とおく。以下の問に答えよ。

⑴ $b_{n+1}=b_1a_n+d_1b_n$，$b_{n+1}=a_1b_n+b_1d_n$ $(n=1,2,3,\cdots)$ が成り立つことを示せ。

⑵ A^n $(n=1,2,3,\cdots)$ を求めよ。

答 $A^n=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

⑶ 極限 $\lim_{n\to\infty}\frac{p_n}{\sqrt{{p_n}^2+{q_n}^2}}$ の値を求めよ。

【３】 a は $0<a<e$ を満たす定数とする。曲線 $y=\log x$ 上の点 A$(a,\ \log a)$における接線を l，法線を m とおく。以下の問に答えよ。必要ならば $e=\lim_{k\to 0}(1+k)^{\frac{1}{k}}$ で，$2.718<e<2.719$ であることを用いてよい。

⑴ 接線 l の方程式を a を用いて表せ。

答 $y=$

⑵ 接線 l が x 軸と交わる点を P，y 軸と交わる点を Q とし，原点を O とする。三角形 OPQ の面積を $S(a)$ とおくとき，$S(a)$ を a を用いて表せ。

⑶ a が $0<a<e$ の範囲を動くとき，⑵の $S(a)$ を最大にする a の値と $S(a)$ の最大値を求めよ。

答 a の値：　　　　，$S(a)$ の最大値：

⑷ a が $0<a<e$ の範囲を動くとき，法線 m が点$(e,\ 0)$を通るような a の値の個数はただ１個であることを示せ。