医学部　［一般・学士］～第１次試験～　数学

※学士は設問【1】は必須、【2】又は【3】はどちらか選択

試験時間	80 分

注意事項　1. 数学(一般)の用紙は３枚である。３枚とも解答すること。
2. ３枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
3. 【２】,【３】は，解答の過程を必ず記すこと。

【１】 つぎの $\boxed{}$ にあてはまる答を下の解答欄に記せ。

⑴ 平行六面体 ABCD−EFGH において，辺 CG の G を越える延長上に CG＝３GP となるように点 P をとり，直線 AP と平面 BDE の交点を Q とする。このとき，$2\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\boxed{(ア)}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\boxed{(イ)}\,\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\boxed{(ウ)}\,\overrightarrow{\mathrm{AE}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\boxed{(エ)}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\boxed{(オ)}\,\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\boxed{(カ)}\,\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ となる。

⑵ 関数 $f(x)$ を $f(x)=-x^3+4x^2-4x$ とおく。

(i) 関数 $f(x)$ は $x=\boxed{(キ)}$ において極小値 $\boxed{(ク)}$ をとる。また，曲線 $y=f(x)$ の変曲点の x 座標の値は $\boxed{(ケ)}$ である。

(ii) k を定数とする。方程式 $f(x)=k$ の異なる実数解の個数が３個となるような定数 k の値の範囲は $\boxed{(コ)}$ である。

(iii) 曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積は $\boxed{(サ)}$ である。

⑶ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。条件：$a_1=2$，$a_{n+1}=3a_n-4n-1$　$(n=1,2,3,\cdots)$

(i) $b_n=a_{n+1}-a_n$　$(n=1,2,3,\cdots)$ とおいて，b_{n+1} と b_n の関係式を求めると，$b_{n+1}=\boxed{(シ)}\,b_n-\boxed{(ス)}$　$(n=1,2,3,\cdots)$ となる。ただし，$\boxed{(シ)}$ と $\boxed{(ス)}$ は定数とする。また，数列 $\{b_n\}$ の一般項は $b_n=\boxed{(セ)}$　$(n=1,2,3,\cdots)$ で与えられる。

(ii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=\boxed{(ソ)}$　$(n=1,2,3,\cdots)$ で与えられる。

⑷ 楕円 $x^2+2y^2=2$ を C とおく。傾き m の直線 $y=mx+3$ を l とおく。

(i) C と l が共有点をもたないような m の値の範囲は $\boxed{(タ)}$ である。

(ii) m が (i) で求めた範囲にある定数とする。点 P が C 上を動くとき，P と l の距離の最大値と最小値を m を用いて表すと，最大値は $\boxed{(チ)}$，最小値は $\boxed{(ツ)}$ と表される。

【２】 a，b，c，d は実数で，$a\neq c$ とする。行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で表される１次変換 f によって点 $(1,1)$ は点 $(3,3)$ に移るとする。以下の問に答えよ。

⑴ 行列 A は逆行列 A^{-1} をもつことを示せ。

⑵ 逆行列 A^{-1} によって表される１次変換 f^{-1} が点 $(4,-1)$ を点 $(3,-2)$ に移すとき，行列 A を求めよ。

答

⑶ ⑵で求めた行列 A で表される１次変換 f により，円 $x^2+y^2=1$ 上の点 P が移された点を Q とする。原点を O とおくとき，２つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ のなす角が $\dfrac{\pi}{6}$ となるような点 P の座標をすべて求めよ。

答

【３】 以下の問に答えよ。

⑴ $0<x<\pi$ のとき，x の方程式 $\dfrac{3\cos x-2}{\cos x-1}=\dfrac{7}{3}$ を満たす x の値を求めよ。

答

⑵ $y=\dfrac{3\cos x-2}{\cos x-1}$ とおく。x が $0<x<\pi$ の範囲を動くとき，y のとり得る値の範囲を求めよ。

答

⑶ $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，x の方程式 $\dfrac{3\cos x-2}{\cos x-1}=\sin x$ を満たす実数 x の個数は１個であることを証明せよ。