

※学士は設問【1】は必須、  
【2】又は【3】はどちらか  
選択

試験時間 80分

- 注意事項
1. 数学(選抜)の問題は3枚である。3枚とも解答すること。
  2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
  3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

【1】 つぎの  にあてはまる答を下の解答欄に記せ。

(1) 関数  $y = \frac{2e^x - 1}{e^x + 1}$  …①の導関数は  $y' =$  (ア), ①のグラフの変曲点の座標は (イ), ①の値域を不等式で表わすと (ウ) である。また、この関数①の逆関数は  $y =$  (エ) である。

(2)  $n$  が  $4 \leq n \leq 9$  を満たす自然数のとき、4個の数字1, 2, 3,  $n$  を用いて4桁の整数をつくる。

(i)  $n = 5$  のとき、3000より小さい数は全部で (オ) 個できる。

(ii) 1つの  $n$  に対して、1, 2, 3,  $n$  からつくられる4桁の整数のうち、2000より小さい数の総和を  $S_n$  とするとき、 $S_n$  を  $n$  を用いて表わすと、 $S_n =$  (カ) である。 $S_n = 8442$  となるとき  $n$  の値は (キ) である。

(3) 平面上に2点  $O(0, 0)$ ,  $A(1, 2)$  があり、点  $P$  は曲線  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  上の点である。

(i) 2つのベクトル  $\vec{OA}$  と  $\vec{AP}$  が直交するとき、点  $P$  の座標は (ク) である。

(ii) 内積  $t = \vec{OA} \cdot \vec{OP}$  のとり得る値の範囲を不等式で表わすと (ケ) である。

(iii) 3点  $O, A, P$  が一直線上にないとき、三角形  $OAP$  の面積の最大値は (コ) である。

(4) 等式  $\frac{1}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+2}$  が  $x$  についての恒等式であるとき、定数  $A, B, C$  の値は  $A =$  (サ),  $B =$  (シ),  $C =$  (ス) であり、定積分  $\int_2^1 \frac{dx}{(x-1)^2(x+2)}$  の値は (セ) である。

【2】  $k$  は  $k \neq 1$  を満たす実数とし、行列  $A, E$  を

$$A = \begin{pmatrix} 3k+1 & 2-5k \\ k-9 & 2k+4 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とする。 $A$  が逆行列をもたないとき、以下の問に答えよ。

(1)  $k$  の値を求めよ。

答

(2)  $(E+A)^2 = E + a_2 A$  を満たす実数  $a_2$  を求めよ。

答

(3)  $n$  は自然数とする。 $(E+A)^n$  を実数  $a_n$  を用いて  $(E+A)^n = E + a_n A$  と表わすとき、 $a_{n+1}$  を  $a_n$  を用いて表わせ。また、 $a_n$  を  $n$  を用いて表わせ。

答

【3】 曲線  $C_1: y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) と放物線  $C_2: y = -x^2 + 1$  について、以下の問に答えよ。

(1)  $C_1$  上の点  $A(a, \frac{1}{a})$  を通る放物線  $C_2$  の2本の接線が直交するとき、点  $A$  の座標を求めよ。

答

(2)  $C_1$  上の点  $P(p, \frac{1}{p})$  における  $C_1$  の接線  $l_1$  の方程式を求めよ。また、 $l_1$  と同じ傾きをもつ  $C_2$  の接線  $l_2$  の方程式を求めよ。

答  $l_1: y =$  \_\_\_\_\_,  $l_2: y =$  \_\_\_\_\_

(3) 2つの曲線  $C_1$  と  $C_2$  は共通な接線を2本もつことを示せ。